UNIVERSITÄT HEIDELBERG
Physikalisches Praktikum für Studierende der Chemie

Praktikumsvorbereitung

11 Einführungsversuch Federpendel
12 Trägheitsmoment
13 Resonanz
(250) Erläuterungen zur Dosimetrie
Grundlagen zu den Versuchen der Radioaktivität
251/252 Statistik/Halbwertszeit
15 Elastische Konstanten
253 Absorption von α-, β- und γ-Strahlen
22 Bestimmung der Elementarladung nach Millikan
23 Strom- und Spannungsmessung
25 Oszillograph
26 Schallgeschwindigkeit
31 Optische Abbildung
33 Prismenspektrometer
231 Polarisiertes Licht
35 Fotoeffekt
255 Röntgenspektrometer

Fachwörterbuch

Die Versuche werden in der Reihenfolge des Inhaltsverzeichnisses durchgeführt.

Ausgabe 072006/100

I Vorbemerkung

Dieses Praktikum verfolgt hauptsächlich drei Ziele:

1. Sie lernen den Umgang mit physikalischen Messgeräten und Messapparaturen.
2. Kenntnisse, die Sie bereits erworben haben (oder noch erwerben werden) sollen durch die Überprüfung im Experiment gesichert werden.
3. Das Führen eines Protokolls.

Zu diesem Zweck enthält das Praktikum Versuche mit überschaubarer Theorie und einfachen Messapparaturen, deren Funktionsweise leicht einzusehen ist. Natürlich ist damit nicht die Messgenauigkeit aufwendiger Apparaturen, wie sie in der Forschung verwendet werden, erreichbar. Das Ziel des Praktikums sind weniger präzise Ergebnisse, sondern Sie sollen lernen, die Einflüsse, die die Messgenauigkeit begrenzen, zu erkennen und einzuschätzen. Aus diesem Grund sollen bei der Auswertung die Ergebnisse stets mit einer Fehlerabschätzung angegeben werden.
Lesen Sie bei der Versuchsvorbereitung die Versuchsanleitung genau durch und überlegen Sie, was bei der Versuchsdurchführung und Auswertung gemacht werden soll, welche Messwerte Sie brauchen, usw. Nur so können Sie zügig messen und vermeiden unnötige Mehrarbeit durch Fehler beim Auswerten.
Gestalten Sie die Auswertung übersichtlich und kennzeichnen Sie alle Angaben so, dass man sofort erkennen kann, worum es sich handelt (z.B.: „aus der Zeichnung abgelesen:“, „Literaturwert:“, „Mittelwert der Messreihe:“). Endergebnisse werden stets zusammen mit ihrem Fehler angegeben und besonders kenntlich gemacht, z.B. durch doppeltes Unterstreichen. Es ist unsinnig, den Fehler mit mehr als zwei Stellen anzugeben; das Ergebnis soll bis auf maximal zwei ungenaue Stellen angegeben werden (s.u.).
Bei graphischen Darstellungen von Messwerten ist folgendes zu beachten:

- Die graphische erfolgt grundsätzlich auf mm-Papier bzw. Logarithmenpapier.
- Richtige Größe wählen (Nutzen Sie wenn möglich den vollen Bereich des mm-Papiers bzw. Logarithmenpapier).
- Bei jeder Achse Messgröße und Maßeinheit angeben (Bsp.: T in °C, T [°C], T/°C).
- Um sich das Eintragen der Messpunkte zu erleichtern, empfiehlt es sich eine sinnvolle Achseneinteilung zu wählen (z.B. 1 °C=0,5 cm oder 1 cm oder 2 cm zu wählen und nicht 1 °C=0,4 cm oder 2,5 cm)
- Beim Zeichnen von Kurven nicht einfach die Punkte verbinden („Malen nach Zahlen“), sondern die Streuung der Messwerte ausgleichen.
- Befinden sich mehrere Kurven in einem Diagramm, so sind die einzelnen Kurven und Messwerte zu kennzeichnen (Legende hinzufügen).
- Jede Zeichnung, Tabelle und Diagramm muss mit einer Text-Überschrift versehen werden.

II Vorbereitung

Um das Praktikum effizient durchzuführen, ist eine gründliche Vorbereitung notwendig. Es ist nicht in Ihrem Interesse die Versuche „starr“ nach Anleitung abzuarbeiten, ohne zu verstehen was Sie überhaupt praktizieren. Die erfolgreiche Teilnahme am Praktikum setzt voraus, dass Sie ein entsprechendes Kenntnisniveau der mit den Versuchen verknüpften Physik besitzen. Ob diese Kenntnisse aus Ihrem Fundus oder aus Ihrer Vorbereitung stammen, ist natürlich belanglos. Informieren Sie sich vor Beginn der Versuchsdurchführung, über die Stichpunkte, die bei den jeweiligen Versuchen unter dem Kapitel „Vorbereitung“ aufgelistet sind. Dabei reicht das alleinige Studium der Praktikumsanleitung keinenfalls aus. **Die Praktikumsanleitung ist kein Lehrbuch!** Zu jedem Versuch sind daher zusätzlich Literaturempfehlungen angegeben. Bei den meisten Versuchen ist es vollkommen ausreichend, wenn Sie sich mit Hilfe der Standardweke (Walcher, Gerthsen, Bergmann-Schäfer, etc.) auf die Versuche vorbereiten.
Um Ihnen die Vorbereitung zu erleichtern, sind neben den Stichpunkten zusätzlich noch Fragen in der Praktikumsanleitung aufgelistet. Beantworten Sie die Fragen bei Ihrer Vorbereitung schriftlich in Ihrem Protokollheft.
Eine Versuchsdurchführung ohne ausreichende Vorbereitung ist klarerweise ohne Lerneffekt und nicht sinnvoll. Die Praktikantin oder der Praktikant muß in diesem Fall damit rechnen, nach Hause geschickt zu werden und den Versuch zu einem späteren Zeitpunkt zu wiederholen.
Die folgenden Punkte fassen das Basiswissen zusammen, über das Sie bei den Versuchen verfügen sollten:

1. Mathematische Voraussetzungen - elementare Funktionen: Polynome, trigonometrische Funktionen, Logarithmus- und Exponential-Funktion - elementares Differenzieren und Integrieren - gewöhnliche Differentialgleichungen: Schwingungsgleichung/Kraftgesetz, Gleichung des natürlichen Wachstums.

2. Statistik und Fehler - Mittelwert, Standardabweichung, statistische und systematische Fehler, Fehler des Mittelwertes, Fehlerfortpflanzung, Gaußsche Glockenkurve

3. Die 7 Basiseinheiten des SI-Systems : m, kg, s, A, K, mol, Cd.

4. Mechanik - Newtonschen Gesetze; Kräfteparallelogramm - Erhaltungssätze für Translation und Rotation (Energie, Impuls, Drehimpuls) - Drehmoment, Trägheitsmoment u. Steinerscher Satz - Hooksches Gesetz, Elastische Konstanten - Resonanzkurve - Für Studierende mit Hauptfach Physik: Differentialgleichung des gedämpften harmonischen Oszillators und typische Lösungen - Schallgeschwindigkeit, longitudinale und transversale Schwingungen.

5. Elektrizitätslehre - Elementarladung und Ladungserhaltung; Faraday-Konstante, Avogadrokonstante, Stoffmenge - Ohmsches Gesetz, Kirchhoffsche Regeln, spezifischer Widerstand - Messbereichserweiterung von Messinstrumenten - Kondensator, Kapazität. Für Studierende mit Hauptfach Physik: Herleitung Kondensatorentladung, Bewegung einer Ladung im elektrischen Feld.

6. Optik - Reflexions- und Brechungsgesetz - Abbildung mit Linsen (geometrische Bildkonstruktion, Linsengleichung, Abbildungsmaßstab) - kontinuierliche und Linienspektren (qualitatives Verständnis) - Auflösungsvermögen optischer Instrumente - Polarisation von Licht.

7. Wärmelehre - Wärme, Zustandsgrößen (Temperatur, innere Energie,...), Zustandsgleichung des idealen Gases - 1. und 2. Hauptsatz, Wärmebilanz, spezifische Wärme, Phasendiagramm, Dampfdruck - Für Studierende mit Hauptfach Physik: Van-der-Waals-Gleichung realer Gase, Verlauf der Isothermen im $p(V)$-Diagramm, Gesetz von Dulong-Petit, Freiheitsgrade und Gleichverteilungssatz, Clausius-Clapeyron Gleichung.

Die Kenntnis dieses Basiswissens erspart natürlich nicht das sorgfältige Durcharbeiten der Anleitung und die Vorbereitung der anderen Kapitel im Skript. Insbesondere sollten Sie sich bei der Vorbereitung auch schon über die Versuchsdurchführung, die Messmethoden und über die Auswertung Gedanken machen. Machen Sie sich bewusst, was und wie Sie messen werden und schätzen Sie ab, welchen Einfluss die Fehler der Einzelmessungen auf den Gesamtfehler haben (Bsp.: eine quadratische Größe geht mit doppeltem Gewicht ein, als eine lineare).

III Durchführung der Versuche

Sehen Sie sich die Apparatur gründlich an und machen Sie sich mit der Funktion aller Einzelteile vertraut. Spielen Sie die Messprozedur nach Möglichkeit zunächst qualitativ durch. Wenn Sie eine elektrische Schaltung herzustellen haben, kontrollieren Sie zunächst selbst sorgfältig, ob Sie keine Schaltfehler gemacht haben. **Vor Anlegen der Spannung muss die Schaltung vom Assistenten abgenommen werden.** Das Protokoll wird auch während der Messungen lückenlos geführt, d.h. man soll keine großen Zwischenräume für spätere Eintragungen lassen. Lassen Sie sich Zeit zum Führen eines ordentlichen Protokolls.

Ein Protokoll ist eine dokumentarische Darstellung des gesamten Versuchsablaufs: Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung, Erfassung und Auswertung von Messdaten, Diskussion der Ergebnisse. Die Qualität der bei einem Praktikumsversuch erzielten Ergebnisse hängt nicht nur vom Messverfahren und der Genauigkeit der Messgeräte ab, sondern auch vom exakten experimentellen Arbeiten und der korrekten Protokollführung. Im Einzelnen soll das Protokoll enthalten:

1. Überschrift und Versuchsnummer.

2. Einleitung: Formulierung der theoretischen Grundlagen, sowie physikalischer Begriffe und Gesetze, die zum Verständnis des Versuchs erforderlich sind.

3. Das Protokoll muss so ausgelegt sein, dass Formeln, die für den Versuch benötigt werden, und zwar zunächst in der Form, in der man sie als allgemein bekannt voraussetzen kann, dann die für den Versuch nötigen Umformungen. Damit man den Einfluss der Fehler der gemessenen Größen auf das Versuchsergebnis leichter übersehen kann, ist es zweckmäßig, die

Formeln auf die Form

Versuchsergebnis = Funktion der direkt gemessenen Größen

zu bringen. Alle Abkürzungen, die in den Formeln vorkommen, müssen erklärt sein, evtl. mit Hilfe der Skizze der Apparatur. Diesen Teil des Protokolls schreiben Sie am besten schon zu Hause bei der Vorbereitung.

4. Skizze und Beschreibung der Versuchsanordnung (schematisch, Schaltplan bei elektrischen Schaltungen).

5. Knappe aber vollständige Angaben über das Messverfahren, soweit dies nicht völlig selbstverständlich ist. Das Protokoll muss selbsterklärend sein!

6. Präsentieren Sie Ihre Messergebnisse in Form von Tabellen und Diagrammen, die klar und ausreichend beschriftet sein müssen. Kommentieren Sie diese mit einigen einleitenden Sätzen.

7. Führen Sie nach Möglichkeit eine vorläufige Auswertung unmittelbar nach der Messung durch.

8. Bei der Auswertung müssen alle Zwischenrechnungen im Protokollheft ausgeführt werden. Vergleichen Sie, soweit vorhanden, Ihre Messergebnisse mit Literaturwerten. Bei der Fehlerabschätzung berücksichtigen Sie nur die Faktoren, die Sie quantitativ kennen, also im allgemeinen die zufälligen Fehler und die mutmaßliche Genauigkeit der Eichung der Instrumente. **Es genügt vollständig, sich auf die Faktoren zu beschränken, die die Messgenauigkeit hauptsächlich begrenzen.** Wenn Sie glauben, dass bei dem Versuch systematische Fehler auftreten, die Sie nicht quantitativ erfassen können, machen Sie hierüber eine kurze Bemerkung. Achten Sie darauf, dass Sie alle zur Auswertung nötigen Angaben aufgeschrieben haben (z.B. Barometerstand, Zimmertemperatur, etc.).

9. Zusammenfassung und kritische Diskussion. Fassen Sie am Schluss der Auswertung den gesamten Versuch mit einigen kurzen Sätzen zusammen. Gehen Sie dabei auf die physikalische Fragestellung ein, das Messprinzip, die Messergebnisse und Fehler. Setzen Sie sich kritisch mit dem Versuch auseinander. Gibt es Möglichkeiten den Versuchsaufbau oder das Messprinzip zu verbessern? Gibt es Möglichkeiten die Fehler zu minimieren?

IV Messgenauigkeit und Fehlerabschätzung

Jede Messung kann nur mit einer begrenzten Genauigkeit ausgeführt werden. Damit man mit dem Resultat einer Messung etwas anfangen kann, muss nicht nur der Zahlenwert des Messergebnisses, sondern auch die Messgenauigkeit angegeben werden. Dies geschieht in der Form (Beispiel: Messung der Erdbeschleunigung g aus der Schwingungsdauer T eines Pendels der Länge l, wobei $g = 4\pi^2 l/T^2$)

$$g = (981,4 \pm 0,3)\mathrm{cm/s^2} \qquad \text{oder}$$
$$g = 981,4\ \mathrm{cm/s^2} \pm 0,03\ \%$$

Man gibt also erstens als Zahlenwert des Messergebnisses nur so viele Dezimalen an, dass nur die letzte Stelle oder die beiden letzten Stellen wegen der begrenzten Messgenauigkeit unsicher sind, und zweitens wird als Maß für die Messgenauigkeit eine Zahl angegeben, die man gewöhnlich den „Fehler“ des Messergebnisses nennt, und zwar entweder den absoluten Fehler“ (im obigen Beispiel: $\pm 0,3\mathrm{cm/s^2}$ oder den „relativen Fehler“ (im Beispiel: 0,03%). Diese Angabe ist also ein Maß für die Messgenauigkeit und nicht etwa der Betrag, um den das Messergebnis falsch ist. Wie man sie ermittelt, wird weiter unten aufgeführt. Machen Sie sich klar, dass die Angabe der Messgenauigkeit nötig ist, wenn man z.B. herausfinden will, ob g an zwei verschiedenen Punkten der Erde verschieden ist. Beachten Sie, dass nicht nur die Angabe eines zu kleinen „Fehlers“, sondern auch die Angabe eines zu großen „Fehlers“ eine richtige Folgerung aus zwei Messungen von g verhindern kann.

Bei der Abschätzung der Messgenauigkeit geht man folgendermaßen vor:

Zunächst wird ermittelt, mit welcher Genauigkeit die direkt gemessenen Größen, aus denen man das Resultat des Versuchs berechnet, bekannt sind. Die zufälligen Fehler, die durch Ablesegenauigkeit auf einer Skala bedingt sind, kann man unter Berücksichtigung der Güte der Skala abschätzen. Bei parallaxefreier Ablesung liegt der mittlere Fehler etwa bei 0,1 bis 0,2 Skalenteilen. Wenn die zufälligen Fehler nicht zuverlässig geschätzt werden können, muss man sie experimentell aus der Streuung der Messwerte bei wiederholter Messung ermitteln. Zu diesem Zweck stellt man 3 bis 10 Messungen an. Eine Folge von Messungen mögen die Werte

$$x_1, x_2, ..., x_n \tag{1}$$

ergeben haben. Der Mittelwert dieser Messungen ist

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}. \quad (2)$$

Ein Maß für die mittlere Streuung der Resultate erhält man durch den Mittelwert der Größen $(x_i - \bar{x})^2$ (Der Mittelwert von $(x_i - \bar{x})$ ist definitionsgemäß Null):

$$\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + ... + (x_n - \bar{x})^2}{n}. \quad (3)$$

Eine genauere Überlegung zeigt, dass es besser ist, als Maß für die Streuung die Größe

$$\sigma_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + ... + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}. \quad (4)$$

zu verwenden. (Aus nur einer Messung kann naturgemäß kein Fehler ermittelt werden; bei $n = 2$ ergibt sich die Größe des Fehlers zu $|x_1 - x_2|/\sqrt{2}$, also 71% des Abstands der beiden Messungen, wenn man für diesen Fall den Mittelwert $\bar{x} = (x_1 + x_2)/2$ einsetzt).

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (5)$$

heißt „Standardbweichung“ oder „mittlerer Fehler“ der Einzelmessung. Der Mittelwert $\bar{x}$ von n Einzelmessungen ist naturgemäß genauer als eine Einzelmessung, und zwar um den Faktor $1/\sqrt{n}$. Es ist also der „mittlere Fehler des Mittelwerts“:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (6)$$

$\sigma_{\bar{x}}$ wird auch als „Standardfehler des Mittelwerts“ oder einfach als „Standardfehler“ bezeichnet. Falls Sie einen Taschenrechner benutzen, achten Sie darauf, ob der so berechnete Fehler $\sigma_{\bar{x}}$ oder σ_x ist.

Systematische Fehler werden zunächst durch die begrenzte Genauigkeit der Eichung der Instrumente verursacht. Bei Maßstäben und Skaleneinteilungen ist die absolute Genauigkeit in der Regel etwas besser als die Ablesegenauigkeit, die bereits oben berücksichtigt wurde. Elektrische Messinstrumente (Zeigerinstrumente) sind in der Regel mit einer Genauigkeit von 1% bis 2 % geeicht.[1]. Außerdem können systematische Fehler noch durch grundsätzliche Mängel des Messverfahrens verursacht werden. Für die Abschätzung dieser Fehler kann man keine allgemeinen Regeln aufstellen. Es kommt im Einzelfall auf den Scharfsinn und die physikalischen Kenntnisse des Experimentators an.

Nachdem die Fehler der direkt gemessenen Größen ermittelt sind, wird der Einfluss dieser Fehler auf das Endresultat berechnet. Dies geschieht im Prinzip mit Hilfe der Differentialrechnung: Wenn die direkt gemessenen Größen x und y um kleine Beträge dx und dy geändert werden, verändert sich der Wert einer Funktion $z = f(x, y)$ um

$$dz = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy \quad (7)$$

Hier bedeutet $\partial f/\partial x$ die sog. partielle Differentation der Funktion f nach x, d.h. die Ableitung von f nach x, wobei die Variable y als Konstante behandelt wird.

Wenn wir in dieser Gleichung die Differentiale dx und dy durch die Fehler Δx und Δy der direkt gemessenen Größen ersetzen wollen, müssen wir berücksichtigen, dass sich die Fehler im Mittel teilweise kompensieren werden, wenn sie voneinander unabhängig sind. Daher berechnet man den mittleren Fehler Δz durch „quadratische Addition“ nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$dz = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right)^2} \quad (8)$$

Hier und im Folgenden wird unter Δx bei zufälligen Fehlern, der mittlere Fehler S_M nach Gleichung (6), bei systematischen Fehlern die oben diskutierte Abschätzung verstanden.

Die funktionale Abhängigkeit der zu ermittelnden Größe von den direkt gemessenen hat häufig eine einfache Form. Es lohnt sich, die folgenden

[1] Genaueres finden Sie bei den „Vorbemerkungen zu den Versuchen der Elektrizitätslehre“ in der Praktikumsanleitung

Formeln zu merken, die aus der allgemeinen Gleichung (8) folgen:

$$z = ax \qquad \Delta z = a\Delta x \tag{9}$$

$$z = x + y \qquad \Delta z = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \tag{10}$$

$$z = xy, \quad z = x/y \qquad \frac{\Delta z}{z} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \tag{11}$$

$$z = x^{\pm b} \qquad \frac{\Delta z}{z} = |b|\frac{\Delta x}{x}, \quad b = \text{const.} \tag{12}$$

Merken Sie sich:

1. „Der absolute Fehler einer Summe oder Differenz zweier Größen ist gleich der quadratischen Summe der absoluten Fehler der Summanden".

2. „Der relative Fehler des Produkts oder des Quotienten zweier Größen ist gleich der quadratischen Summe der einzelnen relativen Fehler".

Für eine Fehlerabschätzung kann man statt der Gleichungen (10) und (11) auch die einfacheren Formeln $\Delta z = \Delta x + \Delta y$ bzw. $\Delta z/z = \Delta x/x + \Delta y/y$ verwenden.
Bevor man mit der Messung beginnt, sollte man sich mit Hilfe der Gleichungen (9) bis (12) überlegen, durch welche Fehler die Genauigkeit der Messung hauptsächlich begrenzt wird. Man kann dann versuchen, die empfindlich in das Resultat eingehenden Fehler klein zu halten. Weiterhin sollte man beachten, dass es nicht sinnvoll ist, den Fehler auf mehr als 1 bis 2 Stellen anzugeben und dass man daher kleine Fehler gegen große Fehler bei der Fehlerabschätzung vernachlässigen kann.

Als Maß für die Messgenauigkeit kann der mittlere Fehler nach dem Gaußschen Fehlergesetz interpretiert werden, das jedoch strenggenommen nur für zufällige Fehler gilt, da nur diese mit den Methoden der mathematischen Statistik behandelt werden können. Danach wäre zu erwarten, dass der tatsächliche Wert mit 70% Wahrscheinlichkeit innerhalb der Fehlergrenzen liegt und dass Abweichungen von mehr als dem dreifachen mittleren Fehler praktisch ausgeschlossen sind.

V Vorbemerkungen zu den Versuchen der Elektrizitätslehre

1. Machen Sie sich vor dem Versuch ein Schaltbild und verbinden Sie dann die Schaltelemente nach diesem Schaltbild. Nutzen Sie aus, dass es verschiedenfarbige Strippen gibt. (rot für +, blau für -). Die Schaltung wird dadurch übersichtlicher.

2. Bitten Sie einen Assistenten, die Schaltung zu kontrollieren, bevor Sie die Spannung einschalten. Bevor Sie Schaltungsänderungen vornehmen, schalten Sie immer die Spannung ab!

3. Elektrische Messinstrumente sind teuer und empfindlich gegen Überlastungen; daher schalten Sie Vielfachinstrumente vor dem Einschalten stets in den unempfindlichsten Messbereich!

4. Sehen Sie sich die Messinstrumente vorher an. Oft sind z.B. die Skalen für Gleich- und für Wechselstrom verschieden. Die meisten Instrumente tragen auf der Skala ein Zeichen für die Gebrauchslage. Das Zeichen ⊓ bedeutet, dass das Instrument nur in waagrechter Lage verwendet werden soll. Auch auf der Unterseite stehen oft wichtige Daten.

5. Nutzen Sie die Spiegelskalen aus, um die Parallaxe beim Ablesen zu vermeiden.

6. Wenn der Messwert nicht direkt auf der Skala des Instrumentes abgelesen werden kann, legt man sich zweckmäßig eine Tabelle folgender Art an; z.B. für eine Spannungsmessung

Ablesung [Skt.]	**Messbereich [Volt/Skt.]**	**Messwert[Volt]**

Bei später auftretenden Unklarheiten wird Ihnen dadurch die Kontrolle erleichtert.

Versuch 11
Einführungsversuch

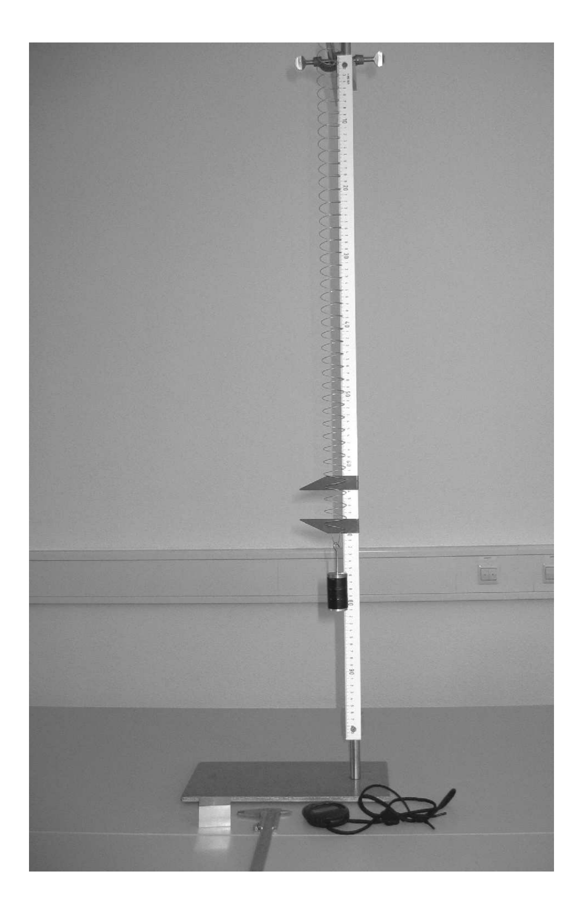


Abbildung 1: *Versuchsaufbau.*

I Vorbemerkung

Ziel der Einführungsveranstaltung ist es Sie mit grundlegenden Techniken des Experimentierens und der Auswertung der Messdaten vertraut zu machen. Diese Grundkenntnisse sind für eine erfolgreiche Durchführung des Praktikums notwendig.

Bei diesem Versuch werden Sie Messungen am Federpendel durchführen. Zunächst wird die Federkonstante gemessen. Das Ergebnis dieser Messung wird verwendet um in einer zweiten Messung die Erdbeschleunigung zu bestimmen. Sie werden in diesem Versuchsteil den statistischen Fehler bei der Bestimmung der Schwingungsdauer des Federpendels kennen lernen. Es soll auch gezeigt werden, dass zwei scheinbar identische Methoden zur Bestimmung der Schwingungsdauer unterschiedliche Messgenauigkeiten besitzen. Um aus den Messdaten die Federkonstante und die Erdbeschleunigung zu extrahieren ist es notwendig die Ergebnisse graphisch darzustellen. Aus den Diagrammen die erstellt werden, kann man die zu bestimmenden Größen einschließlich des Messfehlers ablesen.

Ziel des Versuches:

Zunächst wird die Federkonstante eines Federpendels gemessen. Danach wird unter Berücksichtigung dieses Ergebnisses die Erdbeschleunigung ermittelt.

Lernziele:

- Bestimmung des Messfehlers bei einer Zeitmessung.
- Vergleich von zwei unterschiedlichen Messmethoden.
- Graphische Darstellung von Messwerten.
- Ablesen von Messgrößen und -fehlern aus der graphischen Darstellung.

Messmethode:

Die Differentialgleichung für ein Federpendel lautet:

$$m\ddot{x} = -Dx \tag{1}$$

Wenn man das Federpendel zur Zeit $t = 0$ um x_0 auslenkt und loslässt, so lautet die Lösung

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) \tag{2}$$

mit

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}. \tag{3}$$

Die Periodendauer T ist mit ω über

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{4}$$

verknüpft. Somit ergibt sich für die Periodendauer:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \tag{5}$$

Misst man die Periodendauer T als Funktion der Masse m so kann man hieraus die Federkonstante D bestimmen. Wird das Federpendel mit einer Masse m belastet, so gilt:

$$mg = Dx \tag{6}$$

Da der Wert der Federkonstante D aus der vorhergehenden Messung bereits bekannt ist, kann man hieraus den Wert der Erdbeschleunigung bestimmen.

Durchführung des Versuchs:

Belasten Sie zunächst das Federpendel mit einer Masse von 200g. Messen Sie dann je 10 mal 3 Pendelschwingungen um die Schwingungsdauer des Pendels zu bestimmen. Starten und stoppen sie dabei die Messungen beim Maximalausschlag des Pendels. In einer zweiten Messung von 10 mal 3 Pendelschwingungen soll die Schwingungsdauer bestimmt werden, indem die Messung beim Nulldurchgang des Pendels gestartet und gestoppt wird. Bestimmen Sie für beide Messreihen die mittlere Schwingungsdauer und den mittleren Fehler des Mittelwertes[1]. Verwenden Sie für die folgenden Messungen die genauere der beiden Methoden. Messen Sie nun die Schwingungsdauer als Funktion der Masse. Beschweren Sie hierzu das Federpendel mit Massen zwischen 50 g und 250 g in Schritten von 50 g. Für jede Masse werden dreimal drei Pendelschwingungen ausgemessen. Diese Messreihe wird dazu benutzt die Federkonstante des Pendels zu bestimmen.

Für die Messung der Erdbeschleunigung wird die Auslenkung des Federpendels als Funktion der Masse bestimmt. Das Federpendel wird hierzu mit den Massen 0g, 50g, 100g, 150g, 200g und 250g beschwert und die Auslenkung wird abgelesen. Notieren Sie die Ablesegenauigkeit für die Auslenkung!

Hinweise zur Auswertung:

Tragen Sie zunächst die Ergebnisse der Vergleichsmessungen der Schwingungsdauer in ein Histogramm ein. Die Abbildung zeigt beispielhaft ein Histogramm für eine Messreihe. Berechnen Sie für beide Methoden den Mittelwert und den mittleren Fehler des Mittelwertes. Welche Methode ist genauer? Was ist der Grund?

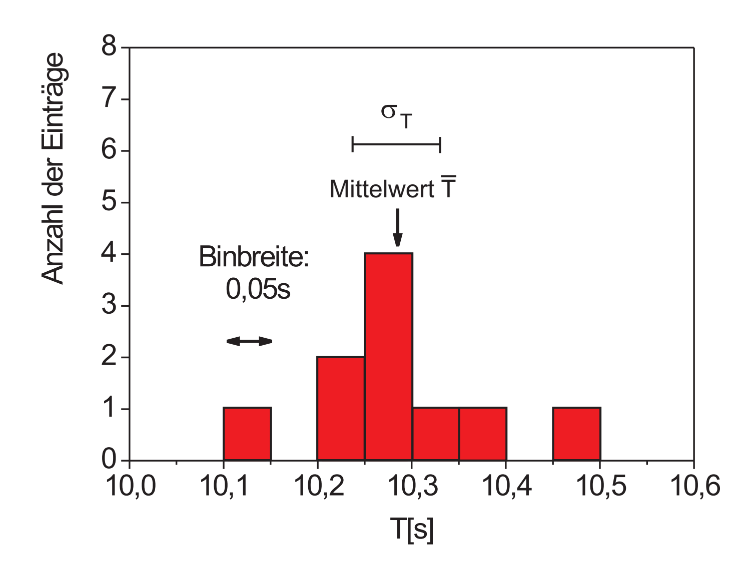


Abbildung 2: *Histogramm der Messreihe.*

[1] Für eine Messreihe mit n Messungen $x_1, x_2, ..., x_n$ und dem Mittelwert $\bar{x}$ ist der mittlere Fehler der Einzelmessung (auch Standardabweichung) durch $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$ definiert. Der mittlere Fehler des Mittelwertes ist durch $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$ gegeben.

Messung	T [s]	$\bar{T}$ [s]	σ_T [s]	$\sigma_{\bar{T}}$ [s]
1	10,11	10,285	0,094	0,03
2	10,23			
3	10,34			
4	10,28			
5	10,26			
6	10,24			
7	10,28			
8	10,46			
9	10,27			
10	10,38			

Um die Federkonstante aus der Messung der Schwingungsdauer als Funktion der Masse zu bestimmen wird eine graphische Methode verwendet. Hierzu wird Gleichung (5) geschrieben als

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D} \cdot m \tag{7}$$

Dies lässt sich als Geradengleichung

$$y = ax + b \tag{8}$$

interpretieren wenn man

$$\begin{aligned} x &= m \\ y &= T^2 \\ a &= \tfrac{4\pi^2}{D} \\ b &= 0 \end{aligned} \tag{9}$$

setzt. Daher wird im Diagramm das Quadrat der gemessenen Schwingungsdauer T gegen die Masse m aufgetragen. Der Wert von T^2 und von m sind fehlerbehaftet und es müssen Fehlerbalken in das Diagramm eingezeichnet werden. Der Fehler wird nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den mittleren Fehlern der Mittelwerte der Schwingungsdauern bestimmt. Der statistische Fehler der Masse eines Gewichtstücks liegt bei 5%. Als nächstes wird die Steigung aus dem Diagramm bestimmt in dem eine Gerade so in das Diagramm gelegt wird, dass die Gerade die Messwerte möglichst gut beschreibt. Die Steigung dieser Geraden kann nun aus dem Diagramm nach

$$a = \frac{\Delta T^2}{\Delta m} \tag{10}$$

abgelesen werden. Um den Fehler von a zu erhalten werden in das Diagramm zusätzlich Fehlergeraden eingezeichnet. Die Fehlergeraden werden so gelegt, dass sie noch gerade die Messungen unter Berücksichtigung des Messfehlers beschreiben könnten. Die Differenz der Steigungen der optimierten Geraden und der Fehlergeraden wird als Fehler der Steigung $\sigma_{\bar{a}}$ verwendet. Nach Gleichung (9) kann nun die Federkonstante und mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetz der Messfehler der Federkonstanten berechnet werden.

Nach Gleichung (7) sollte man erwarten, dass die Gerade durch den Koordinatenursprung geht. Dies ist aber nicht der Fall. Überlegen Sie sich die Ursache hierfür. Aus dem selben Grund ist es übrigens auch nicht möglich die Federkonstante für einzelne Messungen direkt aus Gleichung (5) zu bestimmen. Die graphische Bestimmung der Federkonstante ist in diesem Fall unerlässlich! Um die Erdbeschleunigung zu bestimmen wird nun in einem zweiten Diagramm die Auslenkung des Federpendels gegen die Masse aufgetragen. Aus der Steigung der Geraden kann die Erdbeschleunigung bestimmt werden, da Gleichung (6) wieder als Geradengleichung der Form

$$x = \frac{g}{D} m \tag{11}$$

dargestellt werden kann. Die Steigung

$$a = \frac{\Delta x}{\Delta m} \tag{12}$$

und ihr experimenteller Fehler können nun nach dem oben beschriebenen Verfahren aus dem Diagramm abgelesen werden. Die Erdbeschleunigung wird nach

$$g = D \cdot a \tag{13}$$

berechnet. Um den Fehler der Erdbeschleunigung zu bestimmen muss die Fehlerfortpflanzung angewendet werden, da sowohl der Wert von D als auch der Wert von a fehlerbehaftet sind.

II Messprotokoll

Vergleich der Methoden zur Bestimmung der Schwingungsdauer:

Nr.	Anzahl der Schwingungen n	Messzeit t [s]	Periodendauer T [s]	Mittelwert $\bar{T}$ [s]	$\sigma_{\bar{T}}$ [s]
1	3				
2	3				
3	3				
4	3				
5	3				
6	3				
7	3				
8	3				
9	3				
10	3				

Messung der Schwingungsdauer. Start/Stop bei Maximalauslenkung.

Nr.	Anzahl der Schwingungen n	Messzeit t [s]	Periodendauer T [s]	Mittelwert $\bar{T}$ [s]	$\sigma_{\bar{T}}$ [s]
1	3				
2	3				
3	3				
4	3				
5	3				
6	3				
7	3				
8	3				
9	3				
10	3				

Messung der Schwingungsdauer. Start/Stop bei Nulldurchgang

Ablesegenauigkeit der Stoppuhr: ....

Messung der Federkonstante:

m [g]	Nr.	Anzahl der Schwingungen n	Messzeit t [s]	Periodendauer T [s]	Mittelwert $\bar{T}$ [s]	$\sigma_{\bar{T}}$ [s]
50	1	3				
	2	3				
	3	3				
100	1	3				
	2	3				
	3	3				
150	1	3				
	2	3				
	3	3				
200	1	3				
	2	3				
	3	3				
250	1	3				
	2	3				
	3	3				

Messung der Schwingungsdauer als Funktion der Masse. Start/Stop bei

....

Messung der Erdbeschleunigung:

Δm [g]	Auslenkung x [mm]	Ablesefehler Δx [mm]

Messung der Auslenkung als Funktion der Masse

III Beispiele für die Darstellung von Messergebnissen

Abschließend werden noch ein paar Beispiele dafür gegeben, wie Messdaten graphisch dargestellt werden sollen. Es werden auch einige Beispiele für typische Fehlerquellen beim Zeichnen von Diagrammen gezeigt.

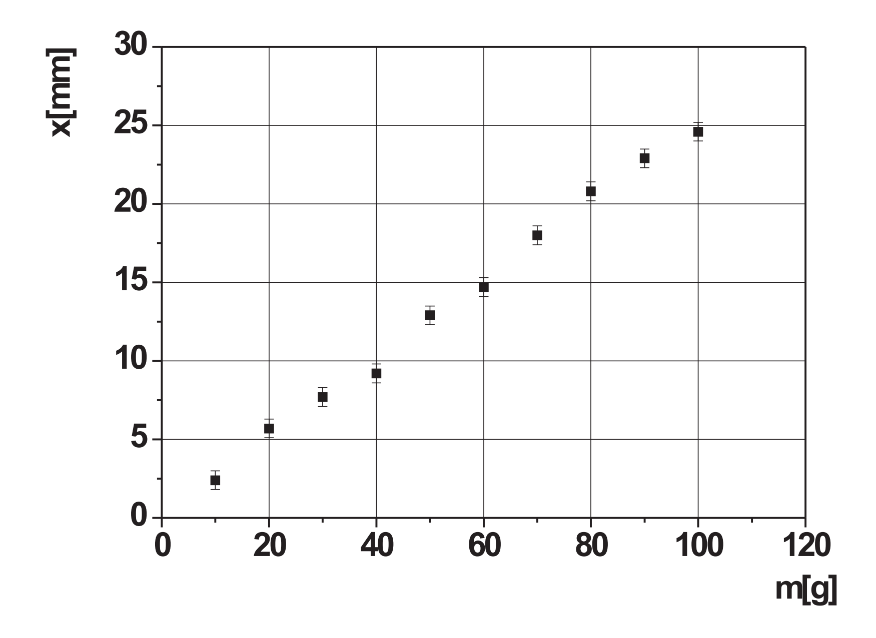


Abbildung 3: *Richtige Darstellung von Messwerten.*

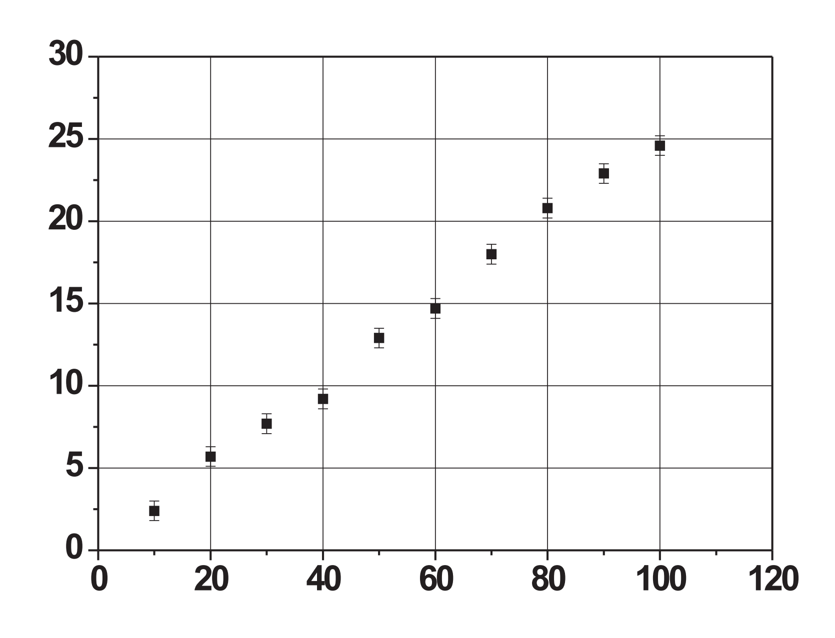


Abbildung 4: *Fehlerhafte Darstellung von Messergebnissen: Achsenbeschriftungen fehlen.*

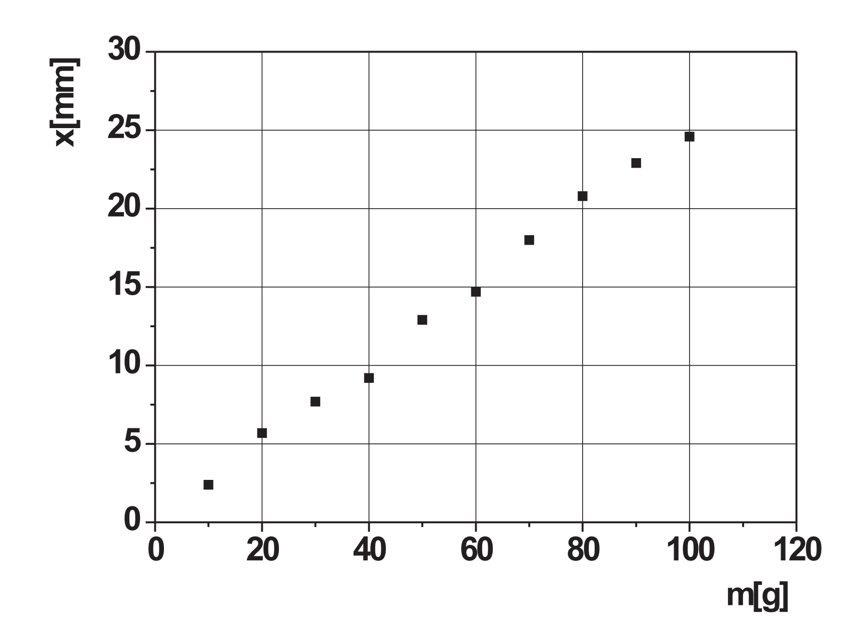


Abbildung 5: *Fehlerhafte Darstellung von Messergebnissen: Fehlerbalken fehlen.*

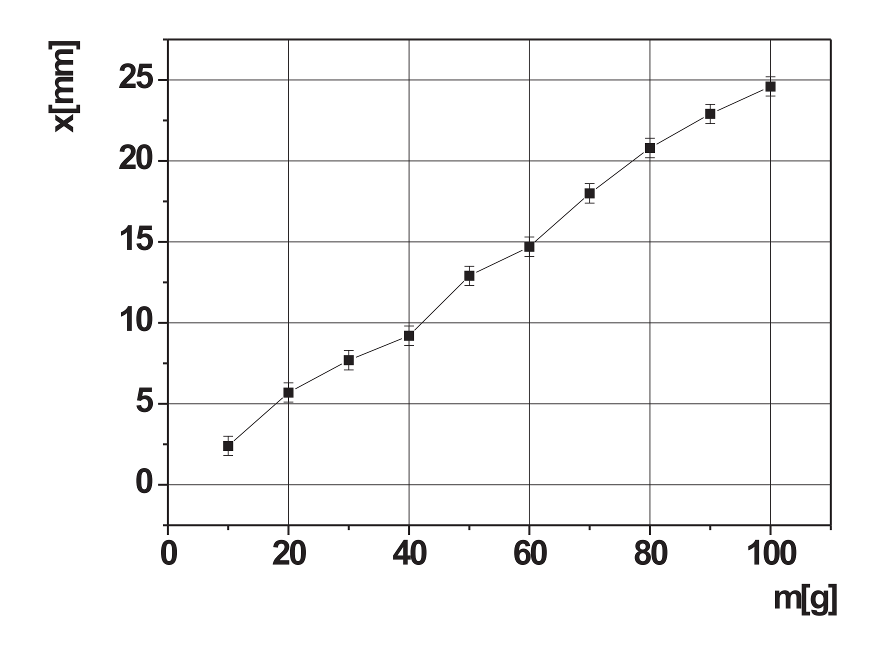


Abbildung 6: *Fehlerhafte Darstellung von Messergebnissen: Messpunkte sind durch eine (unphysikalische) Zick-Zack-Linie verbunden.*

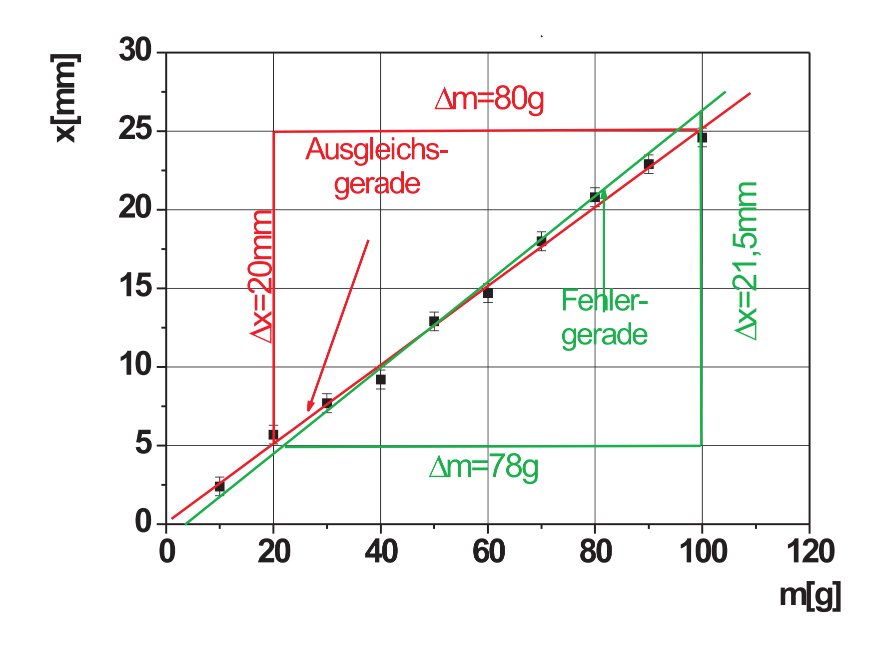


Abbildung 7: *Richtiges Anpassung einer Ausgleichsgerade und Ermittlung der Geradensteigung.*

Die Steigung der Ausgleichsgeraden ergibt sich zu

$$a_{Ausgleich} = \frac{\Delta x}{\Delta m} = \frac{20mm}{80g} = 0,25\frac{mm}{g}$$

die der Fehlergeraden zu

$$a_{Fehler} = \frac{\Delta x}{\Delta m} = \frac{21,5mm}{78g} = 0,276\frac{mm}{g}$$

Versuch 12
Trägheitsmoment

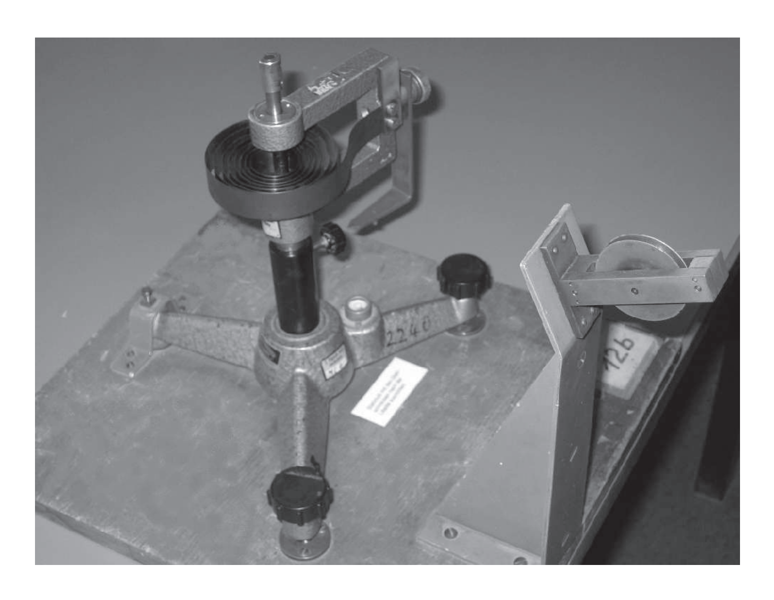


Abbildung 1: *Übersicht des Versuchs Trägheitsmoment.*

I Messaufbau

- Drehpendel mit senkrechter Achse.
- Drehgabel und Drehtisch
- Balkenwaage (bis 2 kg belastbar) gemeinsam für alle Aufbauten.
- Handstoppuhr und Messschieber.
- Balancierschneide
- Zubehör: Al-Scheibe mit Schnurnut und Winkelteilung, runde Messingscheibe, unregelmäßige Messingscheibe, Gewichtsteller mit Zugschnur, 6 Auflegegewichte von je 40 g, Selbstklebeetiketten.

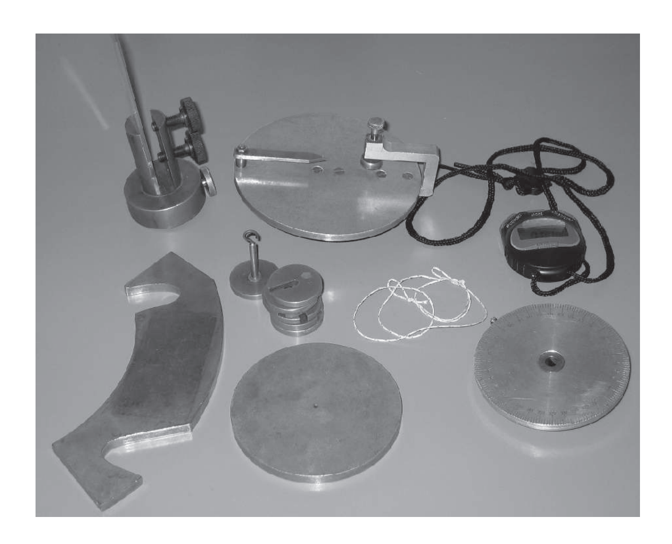


Abbildung 2: *Zubehör zum Versuch Trägheitsmoment.*

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart.
- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer, Tipler.
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Drehbewegung fester Körper, Trägheitsmoment, Drehmoment, Drehimpuls, Rotationsenergie, Steinerscher Satz.

Verständnisfragen

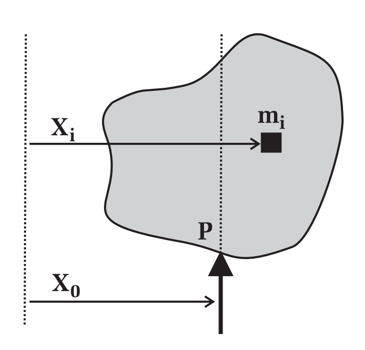
1. Die Physik der linearen Bewegung und der Drehbewegung wird bei Verwendung der passenden Begriffe durch völlig analoge Gleichungen beschrieben. Finden Sie für die folgenden Größen der linearen Bewegung, analoge Größen zur Beschreibung der Drehbewegung: Ort $\vec{r}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$,

Masse m, Kraft $\vec{F}$, Impuls $\vec{p}$, kinetische Energie W. Vergleichen Sie weiterhin folgende Größen des Federpendels mit dem Drehpendel: lineares Kraftgesetz: $\vec{F} = -k\vec{r}$, Gesamtenergie $W = 1/2kx^2 + 1/2mv^2$, Schwingungsdauer $T = 2\pi\sqrt{m/k}$.

2. Welches „Kraftgesetz“ erwarten Sie bei der Drehung des Drehpendels?

3. Wie sieht die Differentialgleichung für die Schwingung eines Körpers mit dem Trägheitsmoment J_s aus, wenn sie harmonisch ist, wie sieht dafür der Energiesatz aus?

4. Betrachten Sie die Skizze. Welche Bedingung für x_0 muss gelten, damit der im Punkt P unterstützte Körper im Schwerefeld im Gleichgewicht ist? Was hat das mit dem Schwerpunkt zu tun?



5. Formulieren Sie den Steinerschen Satz (mit Skizze).

6. Was sind die Hauptträgheitsmomente und die zugehörigen Drehachsen für einen homogenen Quader (Skizze)? Wodurch zeichnen sie sich bei freier Rotation aus?

IV Aufgaben

- Das Richtmoment eines Drehpendels ist zu bestimmen.
- Das Trägheitsmoment eines unregelmäßig geformten Körpers soll für verschiedene Lagen der Drehachse im Körper ermittelt werden.

V Durchführung des Versuchs

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

2. Das Richtmoment D des Drehpendels ist über den Zusammenhang zwischen angreifendem Drehmoment M und dem Winkel der Auslenkung ϕ nach der Beziehung

$$M = -D\phi \tag{1}$$

zu bestimmen. Das Drehmoment M wird wie folgt erzeugt: Auf der Drehachse wird die Aluminiumscheibe mit der Winkelteilung aufgesetzt und festgeschraubt. Am Umfang der Scheibe greift über eine Schnur tangential die Kraft F (Gewicht des Gewichtstellers mit aufgelegten Massestücken) an. Es ist dann

$$M = -Fr \tag{2}$$

worin r der Radius der Scheibe ist, der über den Durchmesser $2r$ mit dem Messschieber bestimmt wird.
Hängen Sie den Gewichtsteller an die Schnur und lösen Sie die Schraube am Stativ. Drehen Sie nun den gesamten Aufbau so, dass die Schnur über den gesamten Umfang der Scheibe anliegt. Legen Sie nacheinander die 6 Gewichte auf. Notieren Sie den jeweiligen Winkel der Scheibendrehung.

3. Zum Vergleich ist das Richtmoment D des Drehpendels aus seiner Schwingungsdauer mit einer Scheibe mit bekanntem Trägheitsmoment J_s zu ermitteln. Dazu wird die Al-Scheibe abgenommen und der Drehtisch aufgesetzt. Zunächst wird die Schwingungsdauer T_1 des Tisches bestimmt, dann wird die runde Messingscheibe so auf dem Drehtisch befestigt, dass ihr Mittelpunkt (Körnermarke) genau über der Achse (Zeigerspitze) liegt und erneut die Schwingungsdauer gemessen (T_2). Zur Ermittlung der Schwingungsdauer stoppen Sie jeweils 3 mal 20 Schwingungen. Bestimmen Sie den Durchmesser der Scheibe mit der Schieblehre sowie dessen Masse.

4. Der Schwerpunkt der unregelmäßigen Messingplatte ist auf statischem Wege zu bestimmen. Kleben Sie auf die Platte ein neues Etikett. Legen Sie die Platte auf die am Tisch festgeschraubte Schneide und ermitteln Sie zwei möglichst senkrecht zueinander liegende Gleichgewichtslagen, die Sie durch

Striche längs der Auflageschneide auf dem Klebeetikett kennzeichnen. Die erhaltenen Schwerelinien kreuzen sich im Schwerpunkt.

5. Das Trägheitsmoment der unregelmäßigen Platte bezüglich der Achse durch den Schwerpunkt senkrecht zur flachen Seite der Platte ist aus ihrer Schwingungsdauer zu bestimmen (einmal 20 Schwingungen). Hierzu wird die Platte so auf dem Drehtisch befestigt, dass der Schwerpunkt genau unter der Zeigerspitze liegt. Das Trägheitsmoment des Drehtisches, den Sie in Aufgabe 3 bestimmt haben, wird von dem ermittelten Trägheitsmoment (Tisch + Platte) abgezogen.

6. Bestimmen Sie die Trägheitsmomente bezüglich fünf parallel zur Schwerpunktachse (Aufgabe 5) im Abstand $a_1, ..., a_5$ verlaufende Achsen. Ziehen Sie auf dem Klebeetikett eine Gerade in Längsrichtung der Platte durch den Schwerpunkt. Markieren Sie darauf einige Punkte und deren Abstände vom Schwerpunkt. Für diese so markierten Achsen bestimmen Sie nun die Trägheitsmomente wie in Aufgabe 5. Die Masse der Platte ist durch Wägung zu bestimmen.

VI Auswertung

zu 2. Tragen Sie die gemessenen Winkel als Funktion des Drehmoments in ein Diagramm ein. Aus der Steigung der durch die Messpunkte zu legenden Geraden kann D errechnet werden. Der Fehler von D ist grafisch zu bestimmen.

zu 3. Das Trägheitsmoment J_s der runden Scheibe bestimmen Sie in einfacher Weise aus deren Masse m_s und ihrem Radius r_s zu

$$J_s = \frac{1}{2} m_s r_s^2 \tag{3}$$

Ist das Trägheitsmoment des Tisches J_T , dann ist

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_T}{D}} \tag{4}$$

und

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_T + J_s}{D}} \tag{5}$$

Nach Quadrieren kann aus (4) und (5) das Trägheitsmoment J_T durch Subtraktion eliminiert werden. Man erhält

$$D = \frac{4\pi^2 J_s}{T_2^2 - T_1^2} = \frac{2\pi^2 m_s r_s^2}{T_2^2 - T_1^2} \tag{6}$$

Prüfen Sie nach, ob die beiden gefundenen Werte für D aus Aufgabe 2 und Aufgabe 3 innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmen.

zu 5. Berechnen Sie das Trägheitsmoment der unregelmäßigen Platte.

zu 6. Tragen Sie die gefundenen Werte gegen a^2 in ein Diagramm ein. In dasselbe Diagramm sind die Werte für das Trägheitsmoment als Funktion von a^2 einzutragen, die sich aus dem Steiner'schen Satz ergeben. Zeichnen Sie zu den experimentell erhaltenen Werte die Fehlerbalken ein.

Versuch 13
Resonanz

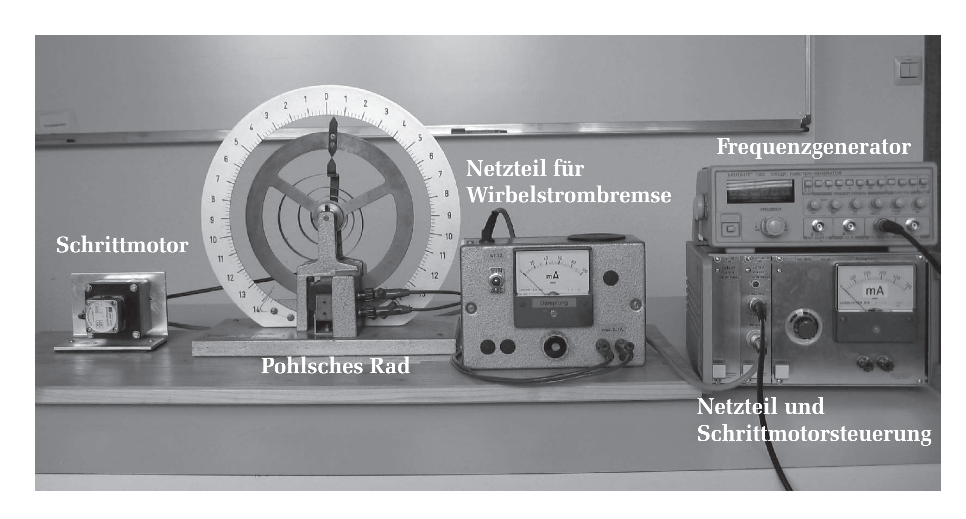


Abbildung 1: *Übersicht des Versuchs Resonanz.*

I Messaufbau

- Drehpendel, angeregt von einem Schrittmotor mit Exzenter.
- Schrittmotorsteuerung mit Netzteil.
- Frequenzgenerator.
- Netzgerät zur Regelung der Dämpfung (bei Aufbau A-C in das Gehäuse der Schrittmotorsteuerung eingebaut)

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart.
- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer, Tipler.
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Freie Schwingung (gedämpft, ungedämpft), erzwungene Schwingung, Resonanz, Drehpendel, Wirbelströme, Lenzsche Regel.

Verständnisfragen:

1. Welche Kräfte wirken in dem System?
2. Wie sieht die Differentialgleichung für die Schwingung aus, wenn sie gedämpft oder ungedämpft ist? Wie lauten die Lösungen?
3. Mit welcher Frequenz schwingt das Drehpendel, wenn eine äußere Kraft angelegt wird? (Wie sieht die Differentialgleichung aus?)
4. In welche Formen teilt sich die Gesamtenergie im System auf? Was passiert bei der Dämpfung?
5. Wie groß ist die Energie im System in Abhängigkeit von der Frequenz des Erregers (qualitativ)?
6. Eine „Resonanzkurve“ wird durch die Lage des Maximums („Resonanzfrequenz“), die Amplitude an der Resonanzstelle sowie die Halbwertsbreite festgelegt. Welchen Einfluss hat die Größe der Dämpfung auf die genannten Parameter der Resonanzkurve?
7. Was versteht man unter der „Güte“ Q eines Resonators?

IV Aufgaben

- Die Schwingungsdauer T_0 eines ungedämpften freien Drehpendels (Pohlsches Rad) ist zu bestimmen.
- Mit einer Wirbelstrombremse wird das Pendel gedämpft und für zwei Ströme aus der Abnahme der Amplitude mit der Zeit die Dämpfung bestimmt.

- Das Pendel wird zu einer erzwungenen Schwingung angeregt und es wird für verschiedene Dämpfungen die Abhängigkeit der Amplitude von der Erregerfrequenz gemessen. Aus der Breite und der Höhe der Resonanzkurven werden nochmals Werte für die Dämpfungskonstanten ermittelt.

V Grundlagen

In diesem Versuch werden Sie freie und erzwungene Schwingungen eines Drehpendels untersuchen. Die freie gedämpfte Schwingung (Schwingungsdauer T_f) ist dadurch gekennzeichnet, dass die Amplitude mit fortschreitender Zeit abnimmt und das Pendel schließlich irgendwann zum Stillstand kommt. Die Amplitudenabnahme tritt auf, wenn Kräfte (z.B. Reibungskraft) vorhanden sind, die der momentanen Bewegungsrichtung entgegenwirken. Sind diese proportional zur Geschwindigkeit (häufigster Fall), so wird die Zeitabhängigkeit der Bewegung durch

$$a(t) = a_0 e^{-\delta t} \sin \omega_f t \tag{1}$$

beschrieben. Hier bezeichnet ω_f die Kreisfrequenz des gedämpften, frei schwingenden Oszillators, a_0 die Anfangsamplitude und δ die Dämpfungskonstante. Der erste Teil von Gleichung (1) beschreibt das exponentielle Abklingen, die Sinusfunktion die Oszillation der Schwingung. Betrachtet man die Zeitabhängigkeit der Amplitude nur in einem der Umkehrpunkte, so ist dort der Sinus stets Eins und wir erhalten für die Amplitude

$$a(t) = a_0 e^{-\delta t}. \tag{2}$$

Sofern die Schwingung zur Zeit $t = 0$ in einem Umkehrpunkt begonnen hat, lässt sich $t = nT_f$ (n = Zahl der Schwingungen, T_f=Periodendauer) schreiben. Trägt man gemäß Gleichung (2) die Amplitude im logarithmischem Massstab über die Zahl der Schwingungen auf, so erhält man eine Gerade (Abbildung 2). Aus Abbildung 2 kann unmittelbar die Dämpfungskonstante δ bestimmt werden. Ist $t_{1/2}$ die Zeit, zu der die Amplitude auf die Hälfte der Anfangsamplitude abgesunken ist, so folgt

$$a(t_{1/2}) = \frac{a_0}{2} = a_0 e^{-\delta t_{1/2}} \quad \text{und damit} \quad \delta = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}. \tag{3}$$

Zwischen der Kreisfrequenz ω_f der gedämpften Schwingung und der Kreisfrequenz ω_0 der ungedämpften Schwingung besteht der Zusammenhang:

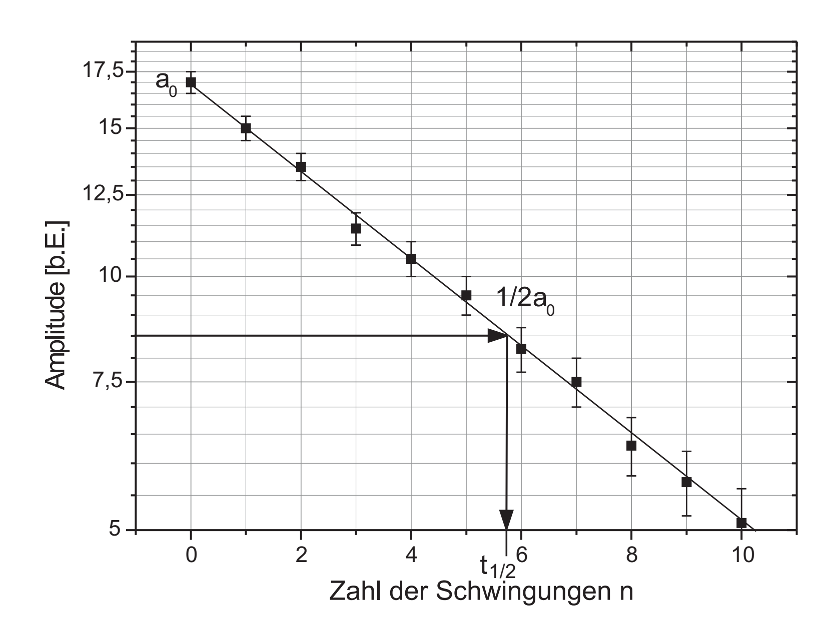


Abbildung 2: *Messung der exponentiellen Abnahme der Amplitude eines Oszillators. (b.E.=Beliebige Einheiten). Beachten Sie die logarithmische Auftragung der Amplitude.*

$$\omega_f = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}. \tag{4}$$

Schaltet man über ein mechanisches Übertragungssystem ein periodisch wirkendes Drehmoment (Schrittmotor mit Exzenter) mit der Frequenz ω an das Drehpendel, so spricht man von einer erzwungenen Schwingung. Man beobachtet nach Abwarten des sogenannten Einschwingungsvorganges eine Schwingung mit konstanter Amplitude und der Frequenz ω des Erregers. Die Amplitude des Drehpendels hängt von der Erregrfrequenz ab. Der Verlauf ist in Abbildung 3 dargestellt und wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$b(\omega) = \frac{A\omega_0^2}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (2\delta\omega)^2}}, \tag{5}$$

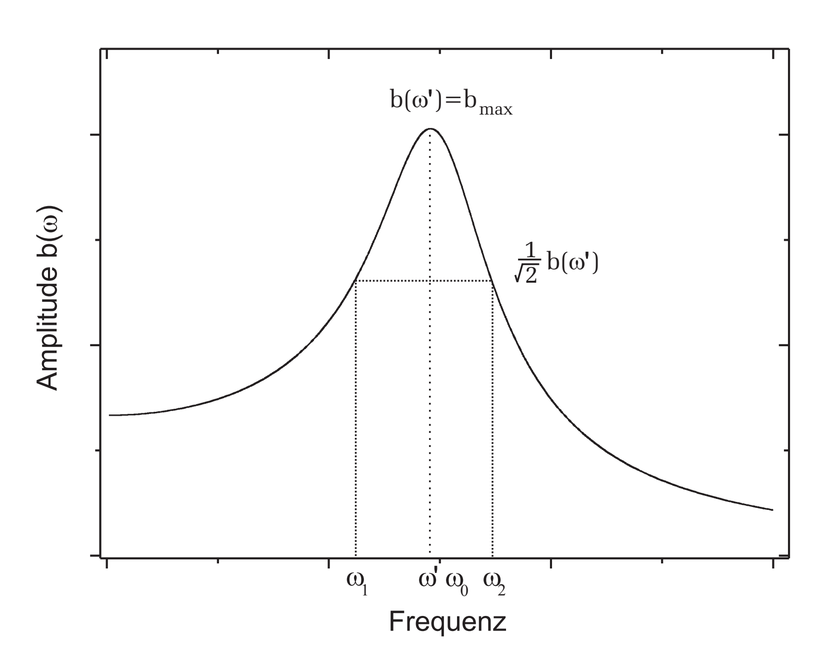


Abbildung 3: *Resonanzkurve. Beachten Sie dass hier $\omega = 2\pi f$ und nicht f aufgetragen ist.*

wobei $b(\omega)$ die Amplitude des Drehpendels als Funktion der Anregungsfrequenz und A die Amplitude des Erregers darstellen. Aus Gleichung (5) lässt sich durch Differentation und Bestimmung der Nullstelle die Frequenz ω' bestimmen, bei der die Amplitude maximal wird[1]:

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}. \tag{6}$$

Zwei weitere Größen sind zur Charakterisierung der Resonanzkurve wichtig: Die Halbwertsbreite H und die Resonanzüberhöhung. Die Breite der Kurve in der Höhe $b(\omega')/\sqrt{2}$ ist bei nicht zu starker Dämpfung gegeben durch

$$H = (\omega_2 - \omega_1) = 2\delta. \tag{7}$$

H heißt die Halbwertsbreite der Resonanzkurve, da es die Breite in halber Höhe ist, wenn man das Quadrat der Amplitude über der Frequenz aufträgt.
Die Resonanzüberhöhung ist definiert durch den Quotienten

$$\frac{b(\omega')}{b(\omega \to 0)} = \frac{\omega_0}{2\delta}, \tag{8}$$

wobei $\omega_0 \approx \omega_f$ angenommen wurde. Die links stehenden Amplituden und ω_0 können gemessen werden, womit eine Bestimmung von δ möglich ist.
Die Theorie der erzwungenen Schwingung liefert für die Auslenkung als Funktion der Zeit $\phi(t)$ folgenden Ausdruck:

$$\phi(t) = a_0 \sin(\omega_f t - \beta)\; e^{-\delta t} + b(\omega)\sin(\omega t - \epsilon). \tag{9}$$

Diese Gleichung enthält eine exponentiell abklingende Schwingung mit der Frequenz ω_f der freien gedämpften Schwingung plus einer ungedämpften Schwingung mit der Frequenz ω des Erregers. Die Phase β hängt von dem Anfangszustand des Systems ab. ϵ ist die Phasendifferenz zwischen Erreger und erzwungener Schwingung. Der Einschwingvorgang ist beendet, wenn der erste Term in (9) praktisch verschwunden ist. Es bleibt eine stationäre Schwingung der Amplitude b und der Frequenz ω, wobei b nach (5) von ω abhängt.

VI Durchführung des Versuchs

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

2. Die Schwingungsdauer T_0 des ungedämpften freien Drehpendels ist zu bestimmen. Dreimalige Messung von 20 Schwingungsdauern genügt.

3. Schalten Sie die Dämpfung ein (sie funktioniert nach dem Prinzip der Wirbelstrombremse; „Lenzsche Regel“) und beobachten Sie zunächst qualitativ den Einfluss auf die Amplitude der Schwingung bei verschiedenen Strömen durch die zur Dämpfung dienende Magnetspule. Stellen Sie dann die an der Apparatur angegebenen 2 Stromwerte ein, bei denen die Amplitude einmal nach ca. 10 Schwingungen und einmal nach ca. 15 Schwingungen vom Vollausschlag auf praktisch 5 % des Vollausschlages abgeklungen ist. Schreiben

[1] Die Verschiebung von ω' gegen ω_0 ist sehr gering und im Versuch kaum messbar. Bei einer Dämpfung, bei der die Amplitude pro Schwingung auf die Hälfte abnimmt, beträgt sie 1,2 % von ω_0. Bei einer solchen Schwingung wäre die Halbwertsbreite der Resonanzkurve 0,23 ω_0, d.h. man müßte die Lage des Maximums auf rund 5 % von der Halbwertsbreite messen!

Sie die zugehörigen Zeiten auf. Sie sind die zu dieser Dämpfung gehörenden Einschwingzeiten für die Messungen unter 5 [2].

4. Für die beiden in Aufgabe 3 gewählten Ströme wird jeweils die Schwingungsdauer T_f gemessen und die zeitliche Abnahme der Amplitude registriert. Das Abklingen der Amplitude messen Sie so, dass Sie zur Zeit $t = 0$ das Drehpendel in einem Umkehrpunkt loslassen und dann nach jeder vollen Periode die Amplitude ablesen. Falls Sie alleine arbeiten und es Ihnen nicht gelingen sollte, die Amplitudenwerte in rascher Folge zu Papier zu bringen, bitten Sie einen Kollegen um Hilfe. Für jede Dämpfung die Messung einmal wiederholen.

5. Das Drehpendel wird von einem Schrittmotor angeregt, der es erlaubt, die Frequenz der Erregung des Pendels direkt zu bestimmen. Der eingebaute Schrittmotor macht pro elektrischem Impuls eine Drehung um 1,8°, d.h. nach 200 Schritten eine Umdrehung. Durch das nachgeschaltete Getriebe entspricht eine Motorfrequenz von 2500 Hz, 1 Hz an der Welle des Drehpendels.
Die Frequenz der Pendelerregung wird also durch die Frequenz bestimmt, mit der der Motor angesteuert wird. Diese kann an dem Frequenzgenerator eingestellt und abgelesen werden. Der Motor wird durch Ein- und Ausschalten dieses Generators gesteuert. Achtung: Bei Frequenzen oberhalb von ca. 800 Hz läuft der Motor nicht an; man muss die Frequenz von niederen Werten hochfahren. Der Einfachheit halber tragen Sie die folgenden Messwerte über der Frequenz des Generators auf und rechnen erst am Schluss bei der Bestimmung von δ und ω' den Faktor 2500 ein. Stellen Sie den Generator in den Bereich „1 k“ (Tasten); messen Sie dann für die beiden in Aufgabe 3 ausgewählten Ströme (=Dämpfungen) die stationäre Amplitude des Drehpendels als Funktion der Frequenz im Bereich von ca. 300 Hz bis 2100 Hz (=maximal erreichbare Frequenz im „1 k“-Bereich). Hierzu messen sie zunächst in ca. 200 Hz Schritten, danach ±150 Hz um die Stelle der Resonanz in 50 Hz Schritten. Bei jedem Messpunkt müssen Sie die in Aufgabe 3 bestimmte Einschwingzeit abwarten, bis eine stationäre Amplitude erreicht ist. Unter Umständen ist es zweckmäßig in der Nähe der Resonanzspitze und an den Flanken im Bereich von 0,7 b_{max} noch je einen weiteren Punkt zu messen. Beobachten Sie die Phasen von Erreger und Pendel, insbesondere bei tiefen, bei hohen Frequenzen und in der Nähe der Resonanzspitze.

[2] Es ist günstig, mit dem jeweils eingestellten Strom die Messungen 4. und 5. hintereinander durchzuführen.

VII Auswertung

zu 2. Bestimmen Sie T_0 mit Fehler.

zu 4. Die Amplitude der gedämpften Schwingungen (für beide Ströme) ist in logarithmischem Massstab als Funktion der Zahl der Schwingungen aufzutragen. Bestimmen Sie aus dem Diagramm die Dämpfungskonstanten δ.

zu 5. Die Amplitude der stationären Schwingung (für beiden Dämpfungen) ist über der Generatorfrequenz aufzutragen. Bestimmen Sie jeweils die Lage des Maximums der Resonanzkurve und vergleichen Sie die daraus berechnete Frequenz (1/2500) des Pendels mit dessen Eigenfrequenz. Sowohl aus der Halbwertsbreite wie aus der Resonanzüberhöhung ist abermals die Dämpfungskonstante zu bestimmen. Prüfen Sie, ob jeweils die drei nach verschiedenen Verfahren gewonnenen Ergebnisse für δ innerhalb ihrer Fehler übereinstimmen.

Über radioaktive Strahlung und Dosimetrie

Da heute nicht nur in der Physik, sondern auch in Biologie und Chemie (radioaktiv markierte Verbindungen) und in der Geologie (Aktivierungsanalysen, Kristallstrukturuntersuchungen) mit radioaktiven Quellen und Röntgenstrahlung gearbeitet wird, ist ein Teil des Praktikums II Versuchen gewidmet, die die Grundeigenschaften solcher Strahlungen untersuchen.

Im Praktikum werden nur umschlossene Präparate benutzt, und zwar - mit Ausnahme der Neutronenquelle - sog. Schulpräparate. Sofern die Quellen also nicht grob misshandelt werden, muss nur die **Strahlungs**gefährdung diskutiert werden. Bei der Inkorporation von Strahlungsquellen werden die Verhältnisse dadurch kompliziert, dass sich einerseits einige Elemente in bestimmten Organen konzentrieren (z.B. Jod in der Schilddrüse, die Erdalkalien Strontium und Radium statt Kalzium in den Knochen), andererseits aber manche Elemente (z.B. Tritium, Natrium) wegen des raschen Austausches im Stoffwechsel nur kurz im Körper verbleiben (sog. biologische Halbwertszeit). Man spricht dann von unterschiedlicher Radiotoxizität.

> Wir gehen davon aus, dass Sie nicht versuchen, eine Quelle zu öffnen oder etwa die Dicke der Abdeckfolie des Strontium-Präparates mit dem spitzen Bleistift zu testen. Sie werden vermutlich in der Chemie auch kein KCN zum Spaß durch die Gegend blasen!

Die Stärke radioaktiver Quellen wird durch die Zahl der Zerfälle pro Sekunde (Einheit Becquerel, abgekürzt "Bq") oder in der alten Einheit Curie "Ci" gemessen.

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \qquad 1 \text{ Bq} = 1 \text{ Zerfall pro Sekunde}$$

Die Dosis (genauer: Energiedosis), d.h. der Effekt einer Strahleneinwirkung, wird zunächst durch die absorbierte Energie in J/kg gemessen, wobei man die Einheit "Gray" (Abkürzung "Gy")

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$$

einführt. Dies ist eine sehr große Einheit. Eine Bestrahlung mit 4 Gy am ganzen Körper ist bereits in 50 % der Fälle tödlich. (Durch diese Dosis würde der Körper nur um 1 mK erwärmt!) Die Dosisleistung wird dann z.B. in Gy/h gemessen. Die älteren Einheiten "rad" (100 rad = 1 Gy) und Röntgen "R", die ab 1.1.86 offiziell nicht mehr gelten, sind beim Versuch 254 zur Information noch aufgeführt.

Je nach Art und Energie der Strahlung wird mehr oder weniger Energie in einer z.B. 1 cm dicken Schicht deponiert. Ein Gammaquant (oder auch ein Neutron) wechselwirkt, wenn überhaupt, dort in einem Einzelakt. Elektronen, α-Teilchen (generell geladene Teilchen) verlieren ihre Energie kontinuierlich durch Ionisation. Die folgende Tabelle gibt die Umrechnungsfaktoren K von Quellstärke (Aktivität A) in Bq in die Dosisleistung D in Gy/h in Gewebe für einige β- und γ-Strahler an. (Für Energien E > 0.1 MeV sind die Werte für Luft rd. 10 - 20 % kleiner)

$$D = K \cdot A / r^2$$

Hierbei ist r der Abstand einer als punktförmig angenommenen Quelle zum Messort in Meter. K hat also die Dimension (Gy · m²)/(Bq · h).

Tabelle 1 Daten für Dosisberechnungen
K in (Gy·m²)/(Bq·h), E in MeV der Hauptlinien
Halbwertszeiten: a = Jahre, d = Tage, h = Stunden

Isotop	Halbwertszeit	K(γ)	E(γ)	K(β)	E(β)max
^{14}C	5736 a	-----	-----	$4.2\cdot10^{-11}$	0.156
^{32}P	14.26 d	----	----	$9.1\cdot10^{-12}$	1.71
^{40}K	$1.28\ 10^{9}$ a	$1.95\cdot10^{-14}$	1.46	$1.0\cdot10^{-11}$	1.31
^{60}Co	5.272 a	$3.36\cdot10^{-13}$	1.17+1.33	$2.6\cdot10^{-11}$	0.318
^{85}Kr	10.76 a	$3.16\cdot10^{-16}$	(0.514)	$1.6\cdot10^{-11}$	0.69
^{90}Sr+^{90}Y	28.6 a + 64.1 h	----	----	$2.8\cdot10^{-11}$	0.546+2.282
^{99}Tc	6.0 h	$1.56\cdot10^{-14}$	0.141	----	----
^{131}J	8.04 d	$5.45\cdot10^{-14}$	0.364	$1.7\cdot10^{-11}$	0.606
^{137}Cs	30.17 a	$8.47\cdot10^{-14}$	0.662	$1.6\cdot10^{-11}$	0.512
^{198}Au	2.695 d	$5.95\cdot10^{-14}$	0.412	$1.2\cdot10^{-11}$	0.962

Beachten Sie in der Tabelle, dass β-Quellen für das betroffene Gewebe um Größenordnungen gefährlicher sind als γ -Quellen! Dafür ist die Eindringtiefe entsprechend geringer.

Da verschiedene Strahlungsarten bei der gleichen Energiedosis verschiedene biologische Wirkung haben, wird eine Äquivalentdosis definiert, die aus der Energiedosis durch Multiplikation mit einem dimensionslosen Faktor Q (Qualitätsfaktor) erhalten wird. Die Einheit für die Äquivalentdosis ist das Sievert (Sv), wobei 1 Sv = 100 rem sind (rem = ältere Einheit). Das Sievert hat wie das Gray die Dimension J/kg.

Für γ-Strahlung und Elektronen ist Q = 1 per Definition. Schwerere Teilchen, die ihre Energie auf kürzerer Distanz an das Gewebe abgeben und in einer Zelle beim Durchgang viele Ionisationsakte machen und somit die Chromosomen schwerer (und irreparabler) schädigen, haben dagegen energieabhängige Q-Werte, die bis Q = 15 (Protonen und daher auch schnelle Neutronen) oder Q = 20 (α-Teilchen, schwere Kerne) gehen. Die Werte sind in der Anlage VII der Strahlenschutzverordnung festgelegt.

Die Strahlenschutzverordnung (StrSchV) kennt noch den Begriff der effektiven Dosis: Wird nur ein Körperteil bestrahlt, so wird diese lokale Dosis mit einem Gewichtsfaktor multipliziert und "effektive Dosis" genannt (also soz. auf Ganzkörperbestrahlung umgerechnet). (Beispiele für Gewichtsfaktoren: Keimdrüsen 0.25, Lunge 0.12)

Es gibt Schäden, die nur bei hohen Dosen auftreten, so dass eine Schwelle besteht. Es handelt sich um Schädigungen, die ganze Gewebe oder Organe betreffen (z.B. Haut, Niere, Rückenmark) (sog. nichtstochastische Wirkungen); bei kleinen Dosen kann das Gewebe sie heilen, indem sich gesunde Zellen teilen und die zerstörten ersetzen; bei großen Dosen ist das nicht möglich. Beispiele sind Hautschäden, Haarausfall, Veränderungen des Blutbildes wegen Schädigung des Knochenmarks, oder auch (bei Ganzkörperbestrahlung) der Strahlungstod. Mit steigender Dosis nimmt nicht die **Häufigkeit**, sondern die **Schwere** der Schäden zu. Sie spielen nur bei Strahlenunfällen oder bei der Krebstherapie eine Rolle (wobei bei Bestrahlung kleiner Körperpartien höhere Dosen als die o.e. 4 Gy angewendet werden können). Für die Schädigung **einzelner Zellen**, insbesondere deren Chromosomen, in zufälliger Weise, gibt es im Prinzip für die Dosis keine untere Grenze, sondern mit der Dosis wächst **die Zahl** der betroffenen Zellen an (stochastische Strahlenschäden). Hierzu zählen die Auslösung von Krebs und genetische Schäden durch die Mutation einzelner Zellen. Übertriebene Furcht ist jedoch nicht nötig, da alle Lebewesen schon lange der Höhenstrahlung und der ständigen Strahlung vom Zerfall von Uran und Thorium und deren Folgeprodukten in den Gesteinen sowie von ^{210}Po, ^{40}K und ^{14}C

vor allem in den Knochen ausgesetzt sind <1>. Ferner tritt das gasförmige Radon (= Emanation) ^{222}Rn mit 3.8 d Halbwertszeit aus dem Boden in die Luft aus <2> . Eine erhebliche natürliche Strahlungsbelastung der Lungen rührt daher, dass wir das Radon einatmen, das sich in Häusern (aus dem Keller kommend) staut. (Bis 11 mSv/a in dem betroffenen Lungengewebe! Dies ist aber nur eine "effektive Dosis" von 1,3 mSv, da nur die Lunge betroffen ist.) Ein Betonblock von ca. 1 m^3 enthält etwa soviel natürliche Radioaktivität wie die starken Quellen bei Versuch 253. (Natürlich schirmt der äußere Beton die inneren Quellen ab; so ist die 1.5 MBq (40 µCi) ^{60}Co-Quelle schon noch gefährlicher!) Die Tabellen am Schluss sollen Anhaltspunkte geben.

Vor der Strahlung kann man sich durch drei Maßnahmen schützen:

1.) Durch genügend großen Abstand von der Quelle
2.) Durch kurze Dauer der unbeabsichtigten Bestrahlung
3.) Durch Abschirmung der Quelle

Welche der Maßnahmen besonders wirksam ist, hängt von der Quelle und ihrer Stärke ab. Quellen für α- und β- Strahlung lassen sich leicht abschirmen, bei γ-Quellen ist das schwieriger. Langsame Neutronen lassen sich gut mit ^{6}Li- oder ^{10}B-Verbindungen <3> oder Cd-Blech absorbieren, wobei aber (außer bei Li) pro Neutron mindestens ein γ-Quant entsteht, das aber weniger schädlich ist. Schnelle Neutronen müssen erst abgebremst werden (vergl. Vers. 252).

Ein Beispiel: Eine ^{60}Co-Quelle von 1.5 MBq (40 µCi) hat ohne Abschirmung in 10 cm Abstand eine Dosisleistung von 50 µSv/h. Um das auf 1 µSv/h zu reduzieren, braucht man eine Bleischicht von 7.5 cm <4> oder eine Erhöhung des Abstands auf

---

<1> Natürliches Kalium hat 31 Bq/g; Erwachsene enthalten etwa 4400 Bq ^{40}K und 3100 Bq ^{14}C, was zu rd. 180 µSv/a bzw. 12 µSv/a Belastung führt.

<2> Es ist ein Folgeprodukt von ^{238}U und entsteht unmittelbar aus dem (normalen) ^{226}Ra (Halbwertszeit 1600 a). Die übrigen Radon-Isotope haben Halbwertszeiten von einigen Sekunden.

<3> Die beiden Isotope sind zu 7.5 % bzw. 20 % im natürlichen Gemisch enthalten, d.h. man braucht keine angereicherten Isotope.

<4> Aus den Kurven bei Versuch 253 würden Sie 6,16 cm ausrechnen. Dort handelt es sich aber um die Abnahme der Intensität aus einem gebündelten Strahl, hier um die Abnahme der Gesamtstrahlung, bei der die gestreuten Quanten noch mit im Strahl verbleiben und zur Dosis beitragen!

70 cm. (Ein Bleiwürfel von 15 cm Kantenlänge wiegt rd. 38 kg.) Dagegen wird die Strahlung einer α-Quelle bereits meist in wenigen cm Luft (bis 5 MeV gilt die Faustformel 1 MeV/cm für Luft bei Atmosphärendruck), mit Sicherheit (15 MeV) aber in 0.2 mm Plastik (oder Gewebe!) absorbiert. Dies heißt aber auch, dass inkorporierte α-Strahler besonders gefährlich sind (Plutonium! oder das o.e. Radon). Man beachte auch, dass die meisten Quellen (z.B. über Tochtersubstanzen) mehrere Strahlungsarten aussenden!

Für die Absorption von β-Strahlung sind Sie mit der groben Formel 2 MeV Energieverlust pro 1 g/cm^2 auf der sicheren Seite. Bei sehr starken Quellen (über 1 mCi = 37 MBq) und energiereicher β-Strahlung muss man bedenken, dass auch Bremsstrahlung entsteht. Daher nimmt man besser Materialien mit kleiner Kernladung zum Abschirmen von Elektronen, da die Bremsstrahlungsausbeute mit $Z \cdot E^2$ geht (Z = Kernladungszahl, E = Elektronenenergie). Die β-Strahlung von ^{60}Co wird bei uns in der Umhüllung der Quelle weggefiltert. Eine Yttriumquelle (Tochtersubstanz von Strontium) von 1 mCi hinter Plexiglas (Z = 6) wirkt wegen der hohen
β-Energie von 2.27 MeV wie eine ^{60}Co-Quelle von 2.5 μCi.

Die Strahlenschutzverordnung schreibt vor, dass für nicht beruflich strahlenexponierte Personen eine effektive Dosis von 1.5 mSv/a durch direkte Strahlung aus "Anlagen" nicht überschritten werden darf. Da im Praktikum die Quellen abgeschirmt benutzt werden, von der kurzen Zeit beim Umstecken und beim Messen der Quellstärke bei Versuch 253 abgesehen, ist das erfüllt. Auch hier gehen wir natürlich davon aus, dass Sie sich nicht "just for fun" neben ein unabgeschirmtes Präparat setzen. Die Röntgenstrahlung der Röntgenröhren lässt sich übrigens der niedrigen Energie wegen praktisch völlig abschirmen, obwohl Röntgenröhren sehr starke Quellen sind (vergl. Tab. 3). Bei 100 kV Beschleunigungsspannung reduzieren 1 mm Blei die Belastung auf 4 Promille und 2 mm auf 0.3 Promille (Warum ist das kein Exponential-Abfall? Vergl. Versuch 254 Absorption von Röntgenstrahlung: Verlauf der Intensität mit der Schichtdicke.)

In den folgenden Tabellen sind die mittlere jährliche **genetische** Belastung der Bevölkerung durch Strahlung verschiedener Herkunft und die **Organ**belastung der Lunge durch Radon, sowie die Strahlenbelastung bei einigen typischen medizinischen Anwendungen angegeben (Tabelle 2 ist entnommen aus: Bericht des Bundesminister des Innern für 1983 "Umweltradioaktivität und Strahlenbelastung" und Sauter: "Grundlagen des Strahlenschutzes"; eine Diskussion finden Sie auch in Jacobi, Strahlenexposition und Strahlenrisiko der Bevölkerung, Physikalische Blätter

38 (1982) Hefte 5 und 6). Sofern nichts anderes vermerkt, sind in den Tabellen alle Werte in mSv/a bzw. mSv angegeben (1 mSv = 100 mrem).

Tabelle 2 mittlere genetische Strahlenbelastung und Belastung der Lunge durch Radon in mSv/a (effektive Dosis)

Normale natürliche Exposition von außen		
Höhenstrahlung		0.30
terrestrische Strahlung (Gesteine usw.)		
Aufenthalt im Freien	0.43	
Aufenthalt in Häusern	0.57	Mittel 0.50
Durch inkorporierte nat. Quellen (^{14}C, ^{40}K, ^{210}Po)		0.30
Zivilisatorisch bedingte Erhöhung aus nat. Quellen		
radioakt. Emission v. Kohlekraftwerken (Staub!)		0.008
Flüge mit Jets (Höhenstrahlung!)		5 μSv/h
Radon in Häusern Bronchien	6 - 13	
Radon in Häusern Lungenbläschen	1.5 - 4	
somit effektive Dosis durch Radon		1.3
künstliche Strahlenexposition		
medizinische Röntgendiagnostik		0.5
Nuklearmedizin, Therapie		je < 0.01
Fallout von Kernwaffenversuchen		< 0.01
berufl. Strahlenexp. + Störstrahler (TV!)		< 0.03
Emissionen von Kernkraftwerken		< 0.01

Aus Tabelle 2 entnimmt man, dass die Summe der genetischen Belastung aus natürlichen Quellen ca. 2.4 mSv/a, die aus zivilisatorischen Quellen ca. 0.6 mSv/a ist; der zweite Wert ist durch die Röntgendiagnostik bedingt und sein Fehler wird auf 50 % geschätzt. Die Zahlen für die natürliche Bestrahlung von außen hängen stark vom Ort ab: Für Mosbach gelten 1.0 mSv/a, für den Katzenbuckel 6.8 mSv/a und für Menzenschwand im Südschwarzwald sogar 18 mSv/a (Uranerze im Boden!). Auch die Höhenstrahlung ist in 2000 m Höhe auf rd. 1 mSv/a angestiegen. Die Tabelle 2 enthält die über die gesamte Bundesrepublik entsprechend der Bevölkerungsdichte gemittelte Werte. Kurz: Man darf die Zahlen für spezielle Situationen nur als Anhaltswerte ansehen.

Tabelle 3 Oberflächendosen und Gonadendosen bei einigen medizinischen Anwendungen in mSv (Organdosis) (Sauter: Grundlagen des Strahlenschutzes, UNO-Bericht 1977)		
Untersuchtes Organ	Haut	Hoden/Eierst.
Lungenaufnahme, Normalstrahltechnik	1 - 2	< 0.03
Lungenaufnahme, Hartstrahltechnik	0.2 - 0.8	< 0.03
Lungen-Durchleuchtung (Hartstrahltechn.)	2 mSv/min	
Magen, oberer Verdauungstrakt (Aufnahme)	2 - 20	0.16 / 0.56
Magen usw. Durchleuchtung	60 mSv/min	
Nieren	10 - 30	13 / 8
Zähne (Einzelexposition)	4 - 8	< 0.001
Hüftgelenk	5 - 15	15 / 4
Arm, Hand	0.5 - 2	< 0.01
Unterschenkel, Fuß	1 - 3	< 0.01
Schädelaufnahme seitlich	2 - 10	< 0.01

Auch hier gilt: Die Tabelle soll nur Anhaltspunkte geben!

Beim Vergleich der Tabelle 2 mit den Werten in dem Artikel von Jakobi muss man beachten, dass der Bericht des BMI auf genetische Schäden abzielt, d.h. den Einfluss der Strahlung auf die Gonaden. Jakobi untersucht aber den Einfluss auf den gesamten Körper, da er auch das Krebsrisiko untersucht. So kommt er auch bei den medizinischen Anwendungen, bei denen etwas über die Hälfte der Untersuchungen Lunge, Zähne und Extremitäten betrifft, also genetisch harmlose Orte, zum rund doppelten Wert wie der BMI-Bericht. Weitere Beispiele: Die Bestrahlung bösartiger Tumore trägt wenig zur genetischen Belastung bei, da diese Kranken - statistisch gesehen - eine vernachlässigbare Kindererwartung haben; das Jod und die Edelgase aus den Kernkraftwerken tragen hauptsächlich zur Bestrahlung der Schilddrüse (Jod) bzw. des Gesamtkörpers von außen bei. Bei den Kohlekraftwerken werden die Lunge und die Knochen (Radium) belastet.

Tabellen aus verschiedenen Quellen sind somit meist nicht einfach vergleichbar, da je nach Untersuchungsziel die Rohdaten anders gewichtet werden müssen.

In der amerikanischen Zeitschrift SCIENCE vom 18.12.87 wird über neue Abschätzungen des Krebsrisikos nach Einwirkung zusätzlicher Strahlung berichtet.

Solche Abschätzungen werden (wie bisher) aus dem Schicksal der Überlebenden von Hiroshima und Nagasaki gewonnen. Nur bei "Unfällen" dieser Art ist ein Anwachsen der Fälle mit Krebs zu erwarten, die sich ausreichend von der natürlichen Krebshäufigkeit abhebt. Neuere Untersuchungen ergaben, dass der Anteil der Neutronen in der Strahlung der Hiroshima-Bombe überschätzt wurde, d.h. die Strahlenbelastung geringer als bisher angenommen war (Q von Neutronen ist 10 - 15). Weiterhin ergab sich inzwischen (gemäß dieses Artikels), dass der Überschuss an Krebsfällen bei bestrahlten Menschen im Vergleich zu solchen außerhalb der Bombenzone mit steigendem Alter anwächst (d.h. proportional zu den "natürlich" bedingten Fällen). Die Auswertungen sind noch nicht abgeschlossen; die Autoren schätzen, dass man bei einer zusätzlichen Ganzkörperdosis von 1 rem = 10 mSv nun mit zusätzlich 5 - 6 letalen Krebsfällen pro 10.000 Personen rechnen müsse, also in den neuen Einheiten mit 5 - 6 letalen Krebsfällen pro 100 Personen bei einer Belastung von 1 Sv. In der älteren Literatur wurde mit 2 Fällen pro 1 Sv und 100 Personen gerechnet.

Eine Vorstellung von der Problematik jeder Risikoabschätzung gibt ein Artikel von Paretzke in den Physikalischen Blättern, Seite 16, Band 45 (1989), der zu ähnlichen Zahlen kommt. Er hält (je nach Alter bei Bestrahlung) 5 - 20 letale Krebsfälle im Laufe des späteren Lebens nach einer (Kurzzeit-) Bestrahlung von 100 Personen mit 1 Sv für eine sinnvolle Arbeitshypothese. Die Bestrahlung von Personen unter 20 Jahren sei ca. 3 mal gefährlicher als solcher über 20 Jahren. Bei einer Verteilung der Dosis über einen längeren Zeitraum und Mittelung über die Gesamtbevölkerung gelte ein Lebenszeit-Risikofaktor von 7 ± 4 strahleninduzierten letalen Krebs- und Leukämiefällen pro 100 Personen x 1 Sv. Bei diesen Zahlen sollte man beachten, dass 1 Sv eine hohe Dosis ist, etwa die Dosis nach 250 Jahren bei der mittleren gesamten Strahlenbelastung von 4 mSv/Jahr der Bevölkerung in der Bundesrepublik. (In Tabelle 2 ist nur die genetische Belastung aufgelistet; dazu kommen noch rd. 1 mSv effektive Dosis von der Röntgendiagnostik an periferen Teilen des Körpers.) Heute sterben etwa 20% der Menschen in Deutschland an Krebs. Etwa 1/10 davon könnte also durchaus von Strahlung kommen; der Rest hat andere Ursachen.

W. Trost, März 1998
Physikalisches Institut der Universität Heidelberg

Grundlagen zu den Versuchen der Radioaktivität

I Das Geiger-Müller Zählrohr

Das Geiger-Müller-Zählrohr ist ein Nachweisgerät für ionisierende Strahlung ($\alpha-, \beta-, \gamma$ und Röntgenstrahlen). Es besteht aus einem Metallzylinder und einem darin axial verlaufenden Anodendraht (Abbildung 1). Das Rohr ist an beiden Enden fest verschlossen und mit einem geeigneten Gasgemisch gefüllt, beispielsweise Argon und Alkoholdampf. Soll mit dem Zählrohr auch α-Strahlung detektiert werden, so benötigt man ein sogenanntes Fensterzählrohr. Bei diesem ist eine Stirnseite mit einem nur schwach absorbierenden Fenster (z.B. Glimmer) versehen, so dass auch α-Teilchen in das Zählrohr eindringen können. Zwischen dem Anodendraht und dem Metallzylinder liegt eine Spannung von einigen 100 bis 1000 Volt, die je nach Gasfüllung und Abmessungen des Zählrohrs eingestellt werden muss.
Das Grundprinzip eines Zählrohres beruht auf der Ionisation des Füllgases durch radioaktive Strahlung. Gelangt ein schnelles, elektrisch geladenes Teilchen, z.B. ein β-Teilchen, in das Zählrohr, so entstehen durch Ionisation des Zählgases längs der Bahn des Teilchens freie Elektronen und positiv geladene Ionen. Die Elektronen werden aufgrund des elektrischen Feldes in Richtung des Anodendrahtes beschleunigt und können durch Stöße weitere Gasmoleküle ionisieren. Diese freien Elektronen leiten eine Gasentladung ein, die jedoch bei geeigneter Wahl der Spannung und einem entsprechend dimensionierten Vorwiderstand, nach etwa 10^{-5} Sekunden selbst erlischt. Bei dieser Gasentladung fließt für kurze Zeit ein Strom im Zählrohr, der an dem Widerstand einen Spannungsimpuls verursacht. Dieser lässt sich elektronisch verstärken und mit einer Zählerschaltung registrieren.

I.1 Kennlinie eines Zählrohres

Die genauen Vorgänge im Zählrohr sind etwas komplizierter und hängen besonders von der Zählrohrspannung ab:
Dringt ionisierende Strahlung in das Zählrohr ein, so ist die Anzahl der primär erzeugten Ladungsträger stets proportional zur Energie der einfallenden Strahlung. Bei kleinen Zählrohrspannungen erreicht aber nur ein Teil der Primärelektronen den Anodendraht, der Rest geht durch Rekombinationen verloren. Mit

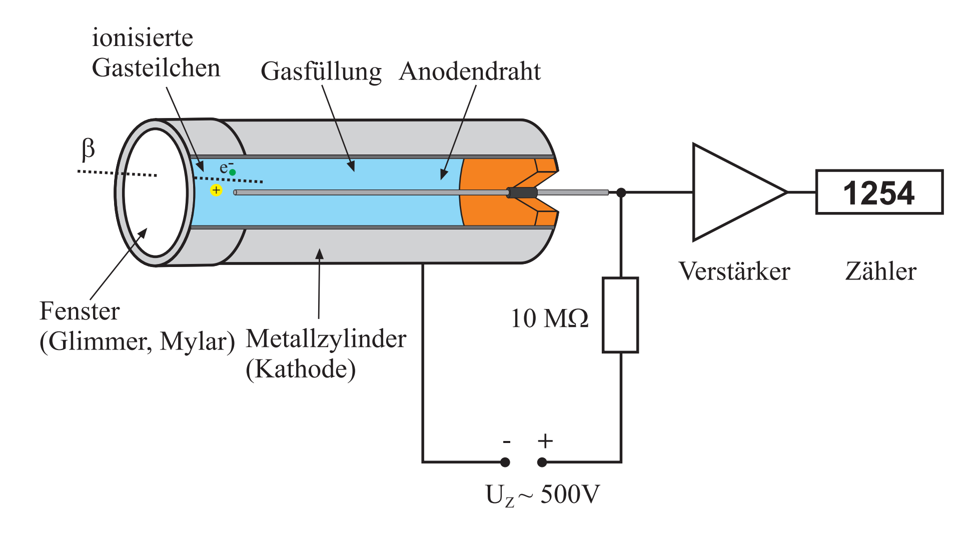


Abbildung 1: *Aufbau eines Fensterzählrohrs.*

zunehmender Spannung sinkt die Rekombinationswahrscheinlichkeit und nahezu alle Primärelektronen gelangen zur Anode. Der Strom durch das Zählrohr ist in diesem Spannungsbereich proportional zur Energie der einfallenden Strahlung. In diesem Bereich arbeitet beispielsweise eine Ionisationskammer zur Messung der Primärdosisleistung. Im Versuch „Absorption und Dosimetrie von Röntgenstrahlen“ werden Sie sich mit diesem Gerät[1] noch genauer beschäftigen.
Wird die Zählrohrspannung weiter erhöht, so werden die Primärelektronen irgendwann so stark beschleunigt, dass sie in der Lage sind durch Stöße weitere Gasmoleküle zu ionisieren. Es entstehen Sekundärelektronen dessen Anzahl allerdings immer noch proportional zur Zahl der Primärelektronen ist. Dieser Spannungsbereich wird als Proportionalbereich bezeichnet. Bei noch höheren Spannungen werden neben den primär erzeugten Elektronen, auch die Sekundärelektronen so stark beschleunigt, dass diese selbst das Füllgas ionisieren. Die Zahl der erzeugten Elektronen steigt derart an, dass jedes einfallende Teilchen eine Elektronenlawine längs des Anodendrahtes hervorruft. Damit die Gasentladung nach kurzer Zeit wieder abklingt, ist dem Zählrohr ein Löschgas

[1] Bei diesem Versuch wird allerdings kein Zählrohr eingesetzt, sondern ein Aufbau mit einer anderen Geometrie. Das Grundprinzip entspricht aber den Erläuterungen im Text.

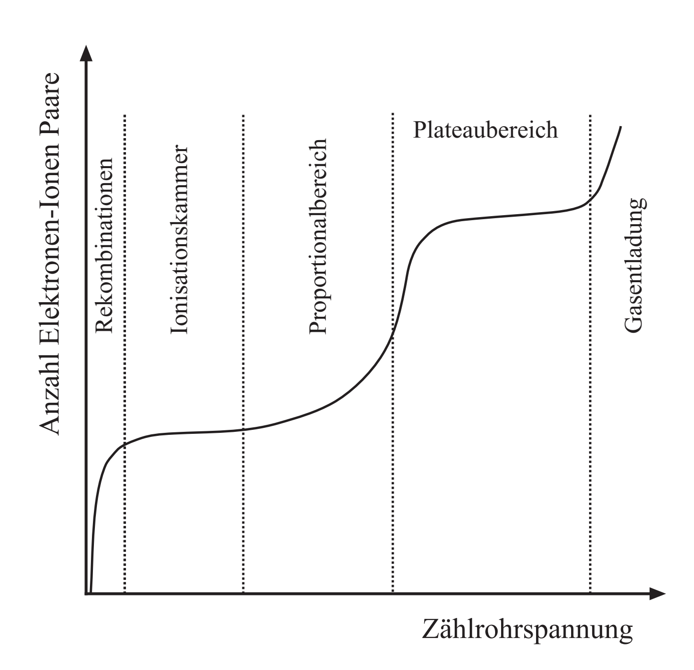


Abbildung 2: *Schematische Darstellung der Charakteristik eines Zählrohrs.*

(z.B. Alkoholdampf) beigemengt. Dadurch erlischt die Entladung nach einigen 10^{-5} s von selbst. **In diesem sogenannten Plateaubereich (bzw. Geiger-Müller-Bereich oder Auslösebereich) erzeugt jedes einfallende Teilchen, unabhängig von seiner Energie, ein gleich großes Entladungssignal**. Allerdings geht dabei auch jegliche Information der Energie der einfallenden Strahlung verloren. Ein im Auslösebereich betriebenes Zählrohr eignet sich daher nur zur Detektion von ionisierender Strahlung und wird speziell für Zählanwendungen verwendet. Daher der Name Zählrohr. Eine weitere Erhöhung der Zählrohrspannung bewirkt zunächst keine Erhöhung der Zahl der erzeugten freien Elektronen. Jede einfallende ionisierende Strahlung bewirkt ja bereits, dass das Zählrohr von einer Elektronenlawine durchsetzt wird. Die Zählrohrkennlinie verläuft in diesem Bereich daher sehr flach, d.h. plateauartig. Wird die Zählrohrspannung weiter erhöht, so kommt man irgendwann in den Bereich, in dem eine Dauerentladung gezündet wird. Diese klingt nicht mehr selbstständig ab und führt in der Regel zur Zerstörung des Zählrohres.

I.2 Der Plateaubereich

Bei vielen Experimenten zur Radioaktivität ist man nur daran interessiert, bestimmte Ereignisse nachzuweisen. Ein Beispiel ist der radioaktive Zerfall eines instabilen Elements, bei dem man die Zahl der pro Zeiteinheit zerfallenen Atome messen möchte. Ein anderes Beispiel sind Absorptionsmessungen von radioaktiver Strahlung. Hierbei möchte man untersuchen, welcher Bruchteil der einfallenden Strahlung einen Absorber durchdringen kann. All dies sind reine Zählaufgaben, die mit einem Zählrohr im Plateaubereich durchgeführt werden. In diesem Bereich ist der im Zählrohr erzeugte Stromimpuls unabhängig von der Energie der Strahlung. Jedes einfallende ionisierende Teilchen liefert das gleiche Ausgangssignal, welches der nachgeschalteten Elektronik als Triggersignal eines elektronischen Zählers dient und den Zählerstand um Eins erhöht.

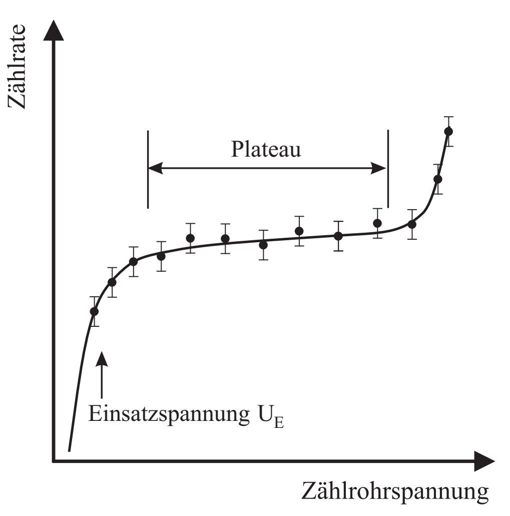


Abbildung 3: *Gemessener Plateaubereich eines Geiger-Müller-Zählrohres.*

Trägt man die gemessene Zählrate eines radioaktiven Präparates konstanter Aktivität als Funktion der Zählrohrspannung auf, so erhält man einen Verlauf, wie er in Abbildung 3 dargestellt ist. Im Idealfall würde man erwarten, dass die Zählrate mit zunehmender Spannung im Plateaubereich überhaupt nicht steigt. In der Praxis ist dennoch ein gewisser Anstieg zu beobachten. Die Ursachen hierfür sind zum einen auf Inhomogenitäten des elektrischen Feldes zurückzuführen, die zu einer unregelmäßigen Ladungsverteilung längs des Anodendrahtes führen. Zum anderen tragen auch Nachentladungen zum Plateauanstieg bei. Bei guten Zählrohren sollte der Plateubereich länger als 100 V

sein und nur eine geringe Steigung von wenigen Prozent pro 100 V aufweisen. Beim Betrieb eines Geiger-Müller-Zählrohres im Auslösebereich, muss die Zählrohrspannung so gewählt werden, dass bei zufälligen Spannungsschwankungen, die Einsatzspannung U_E nicht unterschritten wird. Dazu muss zunächst der Plateaubereich gemäß Abbildung 3 ausgemessen werden. Anschließend wird die Betriebsspannung so eingestellt, dass diese ca. 50 bis 100 V größer ist als die Einsatzspannung.

I.3 Totzeit eines Zählrohres

Nach jedem Entladungsimpuls ist das Zählrohr für eine gewisse Zeit lang unempfindlich gegen neu eintretende Strahlung. Erst nach Ablauf dieser Totzeit (typischerweise 10^{-4} s) ist das Zählrohr zum Nachweis eines Teilchens erneut bereit. Der Hauptgrund hierfür liegt bei den positiv geladenen Ionen des Zählgases, die das Feld der Anode abschirmen und aufgrund ihrer großen Masse nur langsam driften. Erst wenn die Ionen zur Kathode gedriftet sind und hier entladen werden, ist das Zählrohr wieder einsatzbereit.
Sollen bei einem bestimmten Experiment die Ereignisse nicht nur detektiert sondern auch quantitativ ausgewertet werden, so müssen bereits bei wenigen hundert Ereignissen pro Sekunde Totzeitkorrekturen vorgenommen werden. Dies ist auch der Grund dafür, dass bei dem Versuch „Statistik des radioaktiven Zerfalls“ die Messzeit nicht beliebig klein gewählt werden darf. Bei diesem Versuch messen Sie viele Male hintereinander die Anzahl der Zerfälle eines radioaktiven Präparates innerhalb eines bestimmten Zeitraums und werten diese mit Hilfe statistischer Methoden aus. Um eine gute Statistik zu bekommen, benötigt man in der Regel viele Messwerte, was eine lange Experimentierzeit mit sich bringt. Nun könnte man vermuten, dass die Anzahl der Messwerte in der Weise erhöht werden kann, indem die Messzeit einer Einzelmessung verkleinert und dafür die Ereignissrate erhöht (z.B. das Präparat näher an das Zählrohr bringen) wird. Dies ist aber nur dann möglich, wenn die Zählrate nicht zu groß wird. Bereits bei 200 Impulse/s hat die Totzeit bei diesem Versuch einen solch großen Einfluss, dass die experimentellen Werte erheblich von den theoretischen abweichen.

I.4 Statistische Schwankungen

Die Zahl der Teilchen, die aus einem Präparat in das Zählrohr eindringen, ist statistischen Schwankungen unterworfen. Daher streuen wiederholte Messungen derselben Zählrate um einen Mittelwert. **Der mittlere statistische Fehler einer Zählung von n Teilchen ist gegeben durch $\sqrt{n}$, der mittlere relative Fehler also $\sqrt{n}/n = 1/\sqrt{n}$.** Werden beispielsweise 1000 Ereignisse gezählt, so beträgt der absolute Fehler 32 Ereignisse bzw. der relative Fehler 3%. Bei 10000 Ereignissen beträgt der relative Fehler nur noch 1%. Bei allen graphischen Darstellungen werden die Messpunkte mit Fehlerbalken entsprechend dem mittleren Fehler versehen. Eine detaillierte Einführung in die Statistik des radioaktiven Zerfalls, erhalten Sie in der Versuchsbeschreibung „Statistik des radioaktiven Zerfalls“ und in dem Aufsatz „Wir wollen richtige Fehler“ zu Beginn dieser Anleitung.

I.5 Nulleffekt

Auch ohne Präparat zählt das Zählrohr eine gewisse Zählrate (ca. 50 Ereignisse pro Minute). Dieser Nulleffekt wird durch die überall in geringer Konzentration vorhandene natürliche Radioaktivität und die Höhenstrahlung verursacht. Falls der Nulleffekt nicht klein gegen den statistischen Fehler des Messwertes ist, muss dieser bei Messungen an einem radioaktiven Präparat abgezogen werden.

II Betriebsanleitung des Zählgerätes BF-SG 11

Inbetriebnahme des Zählgerätes - Einstellung der Einsatzspannung:

1. Kontrollieren Sie, ob die Hochspannung **ausgeschaltet** ist!
2. Falls das Zählrohr noch nicht angeschlossen ist, schließen Sie dieses an die Buchse GM (Geiger-Müller) an. Der Kippschalter daneben, muss in der Stellung GM sein. Im Bedienfeld daneben, lässt sich die Triggerschwelle einstellen. Da wir diese Funktion nicht benötigen, drehen Sie den Regler „Untere Schwelle“ ganz nach links und den Regler „Obere Schwelle“ ganz nach rechts. Anschließend können Sie das Gerät einschalten. Der Netzschalter befindet sich unten rechts.
3. Ziehen Sie den Regler für die Hochspannungseinstellung leicht heraus und stellen Sie diesen auf ca. 40 (entspricht 400 V) ein. Durch Drücken kann dieser Knopf später gegen Verdrehen gesichert werden.
4. Schalten Sie nun die Hochspannung ein. Den genauen Wert können Sie auf dem Anzeige-Instrument ablesen. Dazu müssen die Schalter unter dem Instrument auf „HV“ (**H**igh **V**oltage) und „1 kV“ gestellt werden.

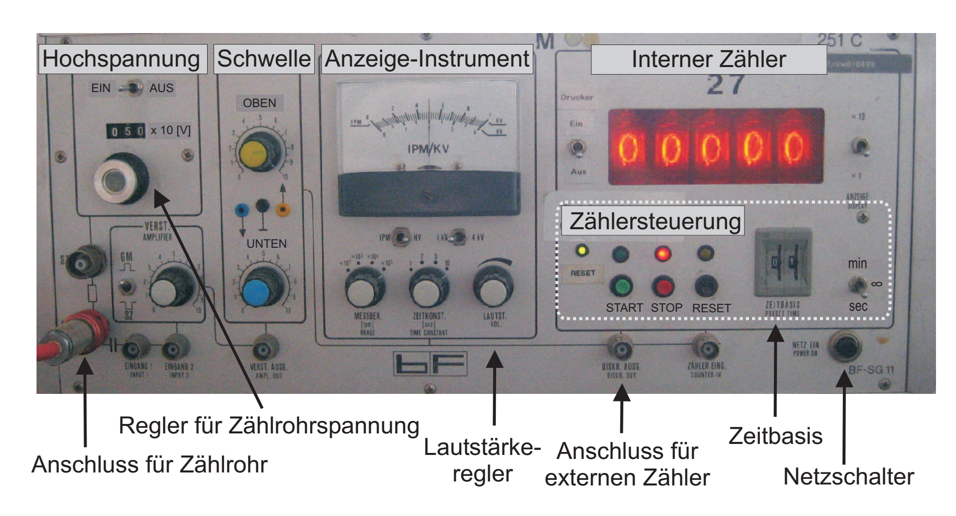


Abbildung 4: *Frontplatte des Zählgerätes BF-SG 11.*

5. Schrauben Sie das Präparat in die Halterung vor dem Zählrohr.

6. Das Zählgerät besitzt einen integrierten Lautsprecher, mit dem Sie die registrierten Ereignisse akustisch verfolgen können. Drehen Sie dazu den Lautstärkeregler etwa eine halbe Umdrehung nach rechts.

7. Erhöhen Sie nun **langsam** die Zählrohrspannung bis Sie ein sprungartig einsetzendes akustisches Signal hören. Dieser Spannungswert entspricht der Einsatzspannung V_E.

Bedienung des Internen Zählers:

1. Um die Anzahl der registrierten Ereigniss quantitativ festzuhalten, besitzt das Zählgerät einen internen Zähler. Die Zählung wird automatisch nach einer vorgegebenen Zeit (Zeitbasis, Torzeit) gestoppt, die Sie an den beiden Digitalschaltern und dem Umschalter „sec/∞/min“ einstellen können. Dabei steht „sec“ für Sekunden, „∞“ für eine Dauermessung ohne Stoppfunktion und „min“ für Minuten.

2. Die Ausgabe des Zählerstandes kann entweder nur an die Anzeige erfolgen oder zusätzlich an einen externen Drucker. Für den Druckerbetrieb muss der Schalter „Drucker“ auf „EIN“ gestellt werden.

3. Drücken Sie die „Start“-Taste um den Zähler zu starten. Der Zählvorgang wird automatisch nach der eingestellten Torzeit gestoppt oder manuell durch Drücken der „Stop“-Taste. Um den Zählerstand auf Null zu setzen, müssen Sie die „Reset“-Taste drücken. Wenn die linke Reset-LED leuchtet (dauert ca. 2 Sekunden) können Sie den Zähler erneut starten.

4. Den Schalter „$\times 1$“ bzw. „$\times 10$“ neben der Zähleranzeige, sollten Sie stets in der Position „$\times 1$“ stehen haben. In der Stellung „$\times 10$“ wird nur jeder zehnte Impuls gezählt!

Messung des Zählrohrplateaus:

1. Erhöhen Sie die Zählrohrspannung um 50 V über der Einsatzspannung V_E und bringen Sie das Präparat (^{60}Co oder ^{137}Cs) in einen solchen Abstand, dass ca. 50 bis 100 Ereignisse pro Sekunde gezählt werden.

2. Ausgehend von V_E wird nun ein Teil des Plateaubereichs ausgemessen. Stellen Sie für die Messzeit 30 Sekunden ein und messen Sie bis zu einer Spannung von V_E**+150 V** in Schritten von 25 V. Tragen Sie die Messwerte sofort in ein Diagramm gemäß Abbildung 3 ein.

3. Stellen Sie nach der Messung die Zählrohrspannung auf die Mitte des gemessenen Plateaubereichs ein.

251/252 Statistik; Halbwertszeit

Zubehör: Zählgerät mit automatischer Stoppvorrichtung (Zeitvorwahl), Zählrohr, Präparatehalterung mit Abschirmung, Präparat zum Einschrauben (^{60}Co oder ^{137}Cs),
Indiumfolie auf Träger (vom Assistenten)

Nachzulesen unter: Erläuterungen zu Versuch 251 am Ende des Anleitungstextes; Gerthsen: Physik, Abschn. 13 (Zerfallsgesetz); Westphal-Praktikum; Feynman I, 6; Tippler (Radioaktivität).

Teil I: Statistik

Grundlagen: Statistische Schwankungen

Wenn man mit einem Zählrohr die Zahl der von einem radioaktiven Präparat emittierten Teilchen unter unveränderten Versuchsbedingungen mehrmals misst, wird man im allgemeinen bei jeder Messung eine etwas andere Teilchenzahl erhalten. Der Grund hierfür ist, dass jeweils während der Messzeit nur ein kleiner Bruchteil der radioaktiven Atome zerfällt, und dass die einzelnen Zerfallsprozesse ganz unabhängig voneinander stattfinden. Die genaue Zahl der innerhalb der Messzeit zerfallenden Atome bleibt daher dem Zufall überlassen.

Mit den Methoden der mathematischen Statistik kann man in diesem Fall vorhersagen, wie die einzelnen Messwerte n der Teilchenzahl um den Mittelwert $\overline{n}$ einer Messreihe streuen. Es ergibt sich die sog. Poisson-Verteilung. Da die relativen Schwankungen der Teilchenzahl um so kleiner werden, je mehr Teilchen registriert werden, richtet man in der Praxis alle Experimente so ein, dass in der Messzeit möglichst viele Teilchen gezählt werden. Dadurch wird auch die mathematische Behandlung der Schwankungserscheinungen erheblich vereinfacht, denn wenn $\overline{n}$ einigermaßen groß ist, größer als etwa 50, kann die Poisson-Verteilung in sehr guter Näherung ersetzt werden durch eine Gauß-Verteilung:

$$W(n,\overline{n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\overline{n}}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(n-\overline{n})^2}{2\overline{n}}} \qquad (1)$$

$W(n,\overline{n})$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Messung n Teilchen gezählt werden, wobei man den Mittelwert $\overline{n}$ einer sehr langen Messreihe als gegeben annimmt.

Als Maß für die Streuung der Messwerte um den Mittelwert verwendet man, wie in der Fehlerrechnung üblich, die mittlere Schwankung σ (meist Standard-Abweichung, mittlerer statistischer Fehler genannt):

$$\sigma = \sqrt{\overline{(n-\overline{n})^2}} = \left(\sqrt{\frac{(n_1-\overline{n})^2+(n_2-\overline{n})^2+\ldots..}{\text{Gesamtzahl der Messungen}}}\right)$$

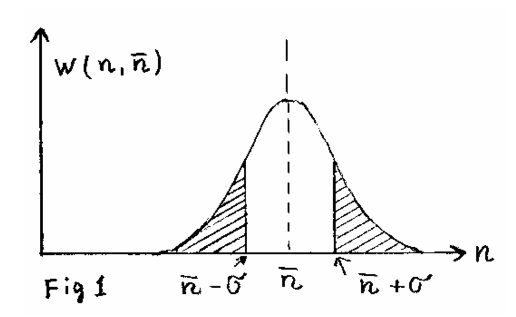
Die Berechnung des Erwartungswertes von σ mit Gl.(1) ergibt das bemerkenswert einfache Resultat:

$$\sigma = \sqrt{\overline{n}} \qquad (2)$$

Für den relativen statistischen Fehler erhält man

$$\sigma_{\text{rel}} = \frac{\sigma}{\overline{n}} = \frac{1}{\sqrt{\overline{n}}} \qquad (2')$$

Die Gaußverteilung Gl (1) ist in Fig. 1 graphisch dargestellt.



Die Flächen unter der Kurve im Bereich $n > \overline{n} + \sigma$ und $n < \overline{n} - \sigma$ sind schraffiert. Ihre Größe gibt die Wahrscheinlichkeit, dass n um mehr als eine Standardabweichung vom Mittelwert abweicht. Diese Wahrscheinlichkeit ist bei der Gaußkurve 30 %. Analog erhält man die Wahrscheinlichkeiten für Abweichungen von $\overline{n}$ um mehr als ±2σ, ±3σ usw.:

<u>Tabelle 1</u>

Eine Abweichung von $\overline{n}$ um mehr als:	±σ	±2σ	±3σ	$\sigma = \sqrt{\overline{n}}$
hat die Wahrscheinlichkeit:	30%	5%	0,3%	

Im ersten Teil dieses Versuchs werden wir eine lange Messreihe durchführen und Gl.(2) sowie die Voraussagen der Tabelle 1 nachprüfen. Dieses Experiment ergibt einen experimentellen Beweis für die statistische Natur des radioaktiven Zerfalls.

In der Praxis ist der Mittelwert $\bar{n}$ einer sehr langen Messreihe meist nicht gegeben, sondern nur das Resultat n einer einzigen Messung. Auch in diesem Fall kann man etwas mit Gl (1) anfangen, indem man sie folgendermaßen interpretiert:

$W(n,\bar{n})$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine sehr lange Messreihe den Mittelwert $\bar{n}$ ergeben würde, wobei das Resultat n einer einzigen Messung gegeben ist.

Da Gl (1) besagt, dass n und $\bar{n}$ nicht stark voneinander abweichen, können wir aufgrund einer einzigen Messung auch einen Näherungswert für die Standard-Abweichung angeben:

$$\sigma = \sqrt{n} \qquad (2a)$$

Es ist üblich, das Resultat einer solchen Zählung anzugeben in der Form

$$n \pm \sqrt{n} \qquad (3)$$

Dies ist also eine Abkürzung für die Sätze: "Ich habe n Teilchen gezählt. Daraus schließe ich, wegen Gl (1) und Tab. 1, dass der Mittelwert einer sehr langen Messreihe mit 70 % Wahrscheinlichkeit im Bereich $n \pm \sqrt{n}$ liegt, mit 95 % Wahrscheinlichkeit im Bereich $n \pm 2\sqrt{n}$ und nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,3 % außerhalb des Bereichs $n \pm 3\sqrt{n}$ ".

Die Betrachtung der statistischen Fehler ist besonders wichtig, wenn man herausfinden will, ob die Differenz zweier Zählergebnisse, n_1 und n_2, allein durch statistische Schwankungen erklärt werden kann oder auf eine Änderung der Versuchsbedingungen zurückzuführen ist. Viele Experimente laufen auf diese Fragestellung hinaus.

Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz erhält man den mittleren statistischen Fehler der Differenz durch quadratisches Addieren der Einzelfehler:

Es sei $\Delta = n_1 - n_2$; $\sigma_1 = \sqrt{n_1}$; $\sigma_2 = \sqrt{n_2}$

Dann ist $\sigma_\Delta = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{n_1 + n_2}$

Man schreibt dies meistens in der Form:

$$\Delta = (n_1 - n_2) \pm \sqrt{n_1 + n_2} \qquad (4)$$

Für die Wahrscheinlichkeit, dass Δ allein aufgrund von statistischen Schwankungen von Null um mehr als eine, zwei oder drei Standardabweichungen ($= \sqrt{n_1 + n_2}$) abweicht, gilt wieder die Tabelle 1. Meistens hält man den Einfluss einer Änderung der Versuchsbedingungen für erwiesen, wenn Δ um mehr als 3 Standardabweichungen von Null abweicht. In diesem Fall bezeichnet man die Differenz Δ als signifikant.

Aufgaben:

1.) Im Bereich von V_E bis ca. $V_E + 250$ V messe man die Zählrohrcharakteristik.

2.) Der Anstieg der Zählrate im Plateau des Zählrohrs ist unter Berücksichtigung der statistischen Schwankungen zu untersuchen.

3.) Anhand einer langen Messreihe sind die statistischen Schwankungen der Zählrate experimentell zu untersuchen.

Durchführung:

Die bei diesem Versuch verwendeten Zählgeräte haben eine automatische Stoppvorrichtung, die auf die entsprechende Zeit einzustellen ist.

Inbetriebnahme des Zählrohrs und des Druckers nach Anleitung (s. *Grundlagen zu den Versuchen der Radioaktivität, II Betriebsanleitung des Zählgerätes*).

1) Wählen Sie ein V_o als Arbeitspunkt, je nach Länge des Plateaus $V_O = V_E + 50$ V bis $V_O = V_E + 100$ V.

2) Bringen Sie das Präparat möglichst dicht ans Zählrohr und messen Sie jeweils 1 min und 3 min lang die Zählrate bei V_O, $V_O + 50$ V, $V_O + 100$ V.

3) Stellen Sie wieder V_O ein. Nähern Sie das Präparat durch Verschieben des Reiters dem Zählrohr an, bis ca. 100 Teilchen in 2 bzw. 3 Sekunden (je nach Quellenstärke) gezählt werden. Schalten Sie den Drucker ein und starten Sie die Messreihe. Es sind 200 Messungen der Teilchenzahl n durchzuführen. Nach diesen 200 Messungen wird die Messreihe von der automatischen Stoppvorrichtung beendet. Schon während der Messung werden die beiden ersten Spalten der folgenden Tabelle gedruckt:

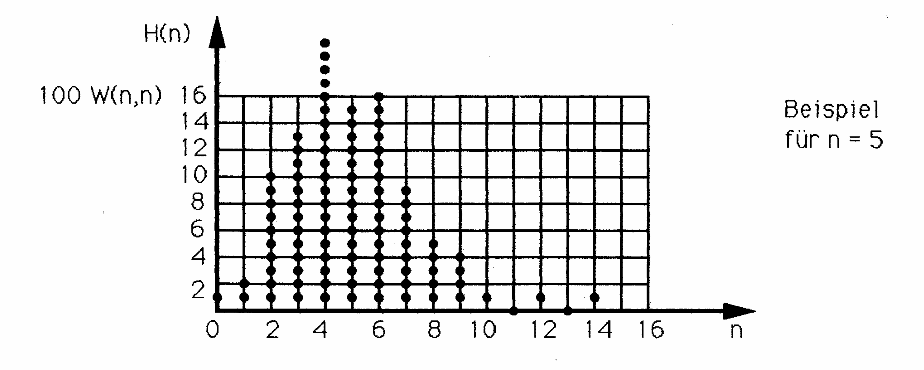
Nr. der Messung	n	$n - \bar{n}$	$(n - \bar{n})^2$
1	96		
2	101		
...	....		

Auswertung:

Zu 2) Werten Sie die Differenzen [n (V_O + 50) - n (V_O)] und [n (V_O + 100) - n (V_O)] getrennt aus. Geben Sie den Plateauanstieg in % / 100 Volt mit statistischem Fehler an. (Jeweils für die Messung mit einer Minute und mit drei Minuten.) Sind die Differenzen signifikant? Sie können dies auswerten, während die Automatik Aufgabe 3 misst.

Zu 3) *Anmerkung: Um Zeit zu sparen, können Sie diesen Punkt auswerten während die Apparatur für etwa 50 min den radioaktiven Zerfall von Indium (Teil II des Versuchs) misst.*

Berechnen Sie den Mittelwert $\bar{n} = \sum n_i / 200$ der Messserie und die experimentelle Schwankung $\sigma^2_{\text{exp}} = \sum (n_i - \bar{n})^2 / 200$. Benutzen Sie hierbei einen abgerundeten Wert von $\bar{n}$ (ohne Dezimalen!). Stellen Sie fest, wie viel Messungen um mehr als $\pm\sigma_{\text{exp}}$, $\pm 2\sigma_{\text{exp}}$, $\pm 3\sigma_{\text{exp}}$, $\pm 4\sigma_{\text{exp}}$ von $\bar{n}$ abweichen. Machen Sie eine Zusammenstellung dieser experimentellen Zahlen und der theoretisch erwarteten Zahlen (nach Gl (2) und Tabelle 1). Tragen Sie in einem Diagramm wie in Figur 2 ein, wie oft die einzelnen n_i auftraten.



Damit Sie bei den relativ wenigen Messungen die Kurve besser erkennen können, tragen Sie z.B. je die Werte zu n = 80 und n = 81, zu n = 82 und n = 83 usf. zusammen auf. Sei $H(84{,}5)$ die Anzahl der Fälle mit n = 84 oder 85, dann lässt sich in sehr guter Näherung mit dem Diagramm berechnen (70% Zeitersparnis):

$$\bar{n} = \frac{1}{200}\left[\ldots + 80{,}5 \cdot H(80{,}5) + 82{,}5 \cdot H(82{,}5) + 84{,}5 \cdot H(84{,}5) + \ldots\right]$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{200}\left[\ldots (80{,}5 - \bar{n})^2 \cdot H(80{,}5) + (82{,}5 - \bar{n})^2 \cdot H(82{,}5) + \ldots\right] \qquad (5)$$

Anmerkung:

Gl (1) lässt sich relativ leicht aus der in vielen Lehrbüchern diskutierten Binomial-Verteilung ableiten, die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit von N Proben n günstig ausfallen, wenn die Wahrscheinlichkeit für den günstigen Fall einer Probe p

und die für den ungünstigen $q = 1 - p$ ist:

$$W(n) = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \qquad \text{wo} \qquad \binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \qquad (6)$$

W(n) ist das n-te Glied des entwickelten Binoms $(q+p)^N$:

$$(q+p)^N = q^N + \binom{N}{1} q^{N-1} p + \ldots + \binom{N}{n} q^{N-n} p^n + \ldots p^N \qquad (7)$$

In unserem Fall (Zählung von Teilchen an einem radioaktiven Präparat) bedeuten:

N = Gesamtzahl der radioaktiven Atome im Präparat

n = Anzahl der in der Messzeit Δt gezählten Teilchen

$p = \lambda \cdot \Delta t \cdot \varepsilon$ wobei λ die Zerfallskonstante der radioaktiven Substanz und ε die Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Teilchen ist.

Der Faktor $\binom{N}{n}$ berücksichtigt, dass wir nur an der Anzahl n der nachgewiesenen Atome und nicht an deren Individualität innerhalb der N Atome interessiert sind.

Die Wahrscheinlichkeit $W(n,\bar{n})$ für die Schwankung um den Mittelwert $\bar{n} = p \cdot N$ erhält man aus Gl. (6) mit folgenden Annahmen für die

Gauß-Verteilung Gl (1): n, N sehr groß, $\frac{|(n-\bar{n})|}{\bar{n}} \ll 1$

Die Ableitungen der Formeln sind in den Erläuterungen zum Versuch 251 skizziert.

Teil II Halbwertszeit

Grundlagen: Radioaktives Zerfallsgesetz, ß-Strahlung, Isotope, Neutronen

Die Neutronenquelle besteht aus einem Präparat, das Berylliumspäne und einen α-Strahler (^{241}Am) enthält. Durch die Kernreaktion

$$^{9}\text{Be} + \alpha \rightarrow {}^{12}\text{C} + \text{n}$$

entstehen Neutronen mit 1 - 10 MeV Energie. Diese schnellen Neutronen werden in dem die Neutronenquelle umgebenden Paraffinblock durch elastische Stöße mit den Wasserstoffkernen abgebremst, bis sie nahezu thermische Energie erreicht haben. Stöße gegen die Kohlenstoffkerne bremsen die Neutronen nur wenig ab. Bei einem

elastischen Stoß gegen eine gleich schwere Masse (nämlich gegen ein Proton) verliert dagegen das Neutron im Mittel die Hälfte der Energie.
Viele Atomkerne haben einen großen Wirkungsquerschnitt für den Einfang langsamer Neutronen. Dabei entsteht ein Isotop des bestrahlten Elements mit einer um eins erhöhten Massenzahl. Wenn dieser Kern radioaktiv ist, stellt die Aktivierung durch langsame Neutronen die bequemste Möglichkeit zur Erzeugung dieses radioaktiven Isotops dar, aber auch zum empfindlichen analytischen Nachweis des Grundisotops in einer Probe. Bei Bestrahlung von Indium wird aus dem stabilen Isotop ^{115}In der ß-Strahler ^{116}In gebildet.
Bei der Aktivierung wird pro Sekunde eine bestimmte Zahl von radioaktiven Kernen erzeugt. Die Zahl der pro Sekunde zerfallenden Kerne ist aber der Anzahl der jeweils vorhandenen radioaktiven Kerne proportional (Zerfallsgesetz). Daher nimmt die Aktivität a (d.h. die Zahl der Zerfälle pro sec) als Funktion der Bestrahlungsdauer *t* nach dem Gesetz

$$a(t) = a(\infty)(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}) \qquad (8)$$

zu, bis ein Gleichgewicht eintritt, bei dem pro Sekunde gleichviel Kerne des radioaktiven Isotops neu gebildet werden wie pro Sekunde zerfallen. Nach Ende der Aktivierung tritt dann nur noch der Zerfall nach dem radioaktivern Zerfallsgesetz

$$a(t) = a_o \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t} \qquad (9)$$

auf. Für die Halbwertszeit gilt

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}. \qquad (10)$$

Aufgabe: Die Halbwertszeit des ^{116}In ist zu messen.

Durchführung:
Messen Sie für 2 mal 2 min (oder 4 min) ohne Präparat den Nulleffekt. Überzeugen Sie sich durch eine Testmessung, dass die Kobalt-Quelle die Untergrundmessung nicht mehr beeinflusst. Lassen Sie sich nun das Indium-Präparat vom Assistenten geben. Das Indium-Präparat wird mit der Indiumseite zum Zählrohr hin in die vorgesehene Aussparung gesteckt und mit einem 1 mm Alu-Blech dahinter fixiert. Stellen Sie die Zeitvorwahl auf 2 min und starten Sie die Messreihe. Stoppen Sie die Messreihe nach ca. 50 min durch Druck auf den gelben Reset-Knopf.

Auswertung:
Der Nulleffekt wird abgezogen. Die korrigierten Messwerte werden mit den entsprechenden statistischen Fehlern in einfach-logarithmisches Papier (1 Dekade) eingetragen. Durch die Messpunkte wird eine Gerade gelegt, an der die Halbwertszeit abgelesen wird. Fehlerabschätzung aus dem Spielraum, den man beim Zeichnen der Geraden hat.
Berechnen Sie die Zerfallskonstante des ^{116}In.

Erläuterungen zu Versuch 251

1.) Multiplikation und Addition von Wahrscheinlichkeiten
a) Es seien *W(A)* und *W(B)* die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass bei einem Versuch das Ereignis *A* bzw. *B* eintritt. Dann ist die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Eintreten von *A* und *B*

$$W(AB) = W(A) \cdot W(B),$$

falls die Ereignisse *A* und *B* voneinander "statistisch unabhängig" sind.
Dazu folgendes Beispiel:
Gegeben seien 2 Würfel. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Wurf beide Würfel eine vorgegebene gleiche Zahl zeigen, ist 1/6 · 1/6 = 1/36. Das Ergebnis des einen Würfels ist statistisch unabhängig vom Ergebnis des zweiten Würfels.

b) *W(A)* sei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus der Bevölkerung herausgegriffene Person ein Mann ist. *W(B)* sei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus der Bevölkerung herausgegriffene Person größer als 1,85 m ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus der Bevölkerung herausgegriffene Person ein Mann mit einer Körpergröße von mehr als 1,85 m ist, ist jedoch höher als *W(A)·W(B)*, da Männer im Mittel etwas größer als Frauen sind, also das Merkmal (= Ereignis) *A* = männlich und *B* = größer als 1,85 m statistisch nicht unabhängig sind.
Im Falle statistischer Abhängigkeit gilt:

$$W(AB) = W(A) \cdot W(B|A) = W(B) \cdot W(A|B)$$

Wobei *W(A|B)* "bedingte Wahrscheinlichkeit" dafür ist, dass *A* eintritt, falls auch *B* eintritt.

Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von *A* oder *B* ist:

$$W(A+B) = W(A) + W(B) - W(AB)$$

Falls sich die Ereignisse *A* und *B* gegenseitig ausschließen, also $W(A|B) = 0$ d.h. $W(AB) = 0$, erhält man

$$W(A+B) = W(A) + W(B)$$

2.) Binomial-Verteilung

Die Binomial-Verteilung ergibt sich aus folgender Fragestellung:
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Ereignis *A* bei *N* voneinander statistisch unabhängigen Versuchen genau *n*-mal eintritt, wenn *p* die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von *A* bei einem Versuch ist, also 1-*p* die Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten?
Man nimmt zunächst an, dass das Ereignis A gerade bei den ersten *n* Versuchen eintritt, bei den folgenden *N-n* Versuchen aber nicht. Da die Versuche voneinander statistisch unabhängig sein sollen, müssen die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Versuche multipliziert werden, d.h. man erhält $p^n(1-p)^{N-n}$. Es war aber ursprünglich gar nicht verlangt, dass das Ereignis gerade bei den ersten *n* Versuchen auftritt; es sollte nur überhaupt *n*-mal in der Reihe der *N* Versuche vorkommen. Nun gibt es aber $\binom{N}{n}$ Möglichkeiten, aus *N* Elementen *n* herauszugreifen (wenn die Reihenfolge der herausgegriffenen Elemente keine Rolle spielt). Unter Beachtung des vorne angegebenen Additionsgesetzes für Wahrscheinlichkeiten erhält man die Binomial-Verteilung.

$$W(n) = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} = \frac{N(N-1)\ldots(N-n+1)}{n!} p^n (1-p)^{N-n}$$
$$= \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}$$

Die Binomial-Verteilung ist eine zweiparametrische Verteilung mit den Parametern *N* und *p*.
Wenn man alle *W(n)* von $n = 0$ bis $n = N$ aufsummiert, also alle möglichen Ergebnisse der *N* Versuche, erhält man logischerweise für diese Summe die Wahrscheinlichkeit 1. In der Tat, und das erklärt den Namen der Verteilung, sind die *W(n)* gerade die Summanden beim Ausmultiplizieren der rechten Seite der Identität

$$1 = 1^N = [p + (1-p)]^N$$

So kann man sich auch die Formel merken!

3.) Die Poisson-Verteilung als Grenzfall der Binomial-Verteilung

Bezeichnet man den Mittelwert von *n* mit $\overline{n} = N \cdot p$, so lässt sich die Binomial-Verteilung folgendermaßen umschreiben

$$W(n) = \frac{N(N-1)(N-2)\ldots(N-n+1)}{n!} \cdot \frac{\overline{n}^n}{N^n} \left(1 - \frac{\overline{n}}{N}\right)^{N-n}$$
$$= \frac{\overline{n}^n}{n!} \left(1 - \frac{\overline{n}}{N}\right)^N \left(1 - \frac{\overline{n}}{N}\right)^{-n} \left(1 - \frac{1}{N}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{N}\right) \cdot \ldots\ldots \left(1 - \frac{n-1}{N}\right)$$

Für $N \to \infty$ und $p \to 0$ derart, dass $\overline{n} = N \cdot p$ endlich bleibt, erhält man die Poisson-Verteilung, da der zweite Faktor gegen den Grenzwert $e^{-\overline{n}}$ strebt, während die weiteren Faktoren gegen 1 streben.

$$W(n,\overline{n}) = \frac{\overline{n}^n e^{-\overline{n}}}{n!}$$

Die Poisson-Verteilung ist eine einparametrische Verteilung mit dem Parameter $\overline{n}$.
Auch hier ist für jedes $\overline{n}$
$\sum_{n=0}^{\infty} W(n,\overline{n}) = 1$, denn die Reihenentwicklung von $e^{+\overline{n}}$ ist ja $e^{+\overline{n}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\overline{n}^n}{n!}$.

Auch dieser Hinweis sollte das Merken der Formel erleichtern.

4.) Die Normal- oder Gauß-Verteilung als Grenzfall der Binomial-Verteilung

$$W(n) = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}$$

Ersetzt man die Fakultäten durch die Stirling'sche Nährungsformel
$n! = \sqrt{2\pi\, n}\, n^n e^{-n}$ gültig für $n >> 1$,
so erhält man nach Umordnung der Faktoren

$$W(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi N}}\left(\frac{n}{N}\right)^{-n-\frac{1}{2}}\left(\frac{N-n}{N}\right)^{-(N-n)-\frac{1}{2}}\frac{1}{\sqrt{p(1-p)}}\,p^{n+\frac{1}{2}}\,(1-p)^{N-n+\frac{1}{2}}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi Np(1-p)}}\left(\frac{n}{pN}\right)^{-\left(n+\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{N-n}{N(1-p)}\right)^{-\left(N-n+\frac{1}{2}\right)}$$

Führt man $\bar{n}=pN$ ein und beschränkt sich auf Werte n, so dass $\frac{(n-\bar{n})}{\bar{n}} \ll 1$ ist (was für große N und $\bar{n}$ sinnvoll ist), so kann man ersetzen

$$pN=\bar{n}\;;\quad n=\bar{n}+d\;;\quad N-n=N-\bar{n}-d=N(1-p)-d$$

wo $\frac{d}{\bar{n}} \ll 1$; $\frac{d}{N} \ll 1$; $\frac{d}{N-\bar{n}} \ll 1$ usw.

Mit der Identität $a^b \equiv \exp(b\cdot\ln a)$ ergibt sich

$$W(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi Np(1-p)}}\exp\left[-\left(\bar{n}+d+\frac{1}{2}\right)\ln\left(1+\frac{d}{\bar{n}}\right)-\left(N(1-p)-d+\frac{1}{2}\right)\ln\left(1-\frac{d}{N(1-p)}\right)\right]$$

Man entwickelt den Logarithmus in eine Taylor-Reihe bis zum zweiten Glied und beschränkt sich dann auf die größten Glieder. (Man beachte: z.B. $\frac{d^2}{N} \gg \frac{d^3}{N^2} \geq \frac{d^2}{N^2}$. Dagegen haben $\frac{d^2}{\bar{n}}$ und $\frac{d^2}{N(1-p)}$ gleiche Größenordnung.) Man erhält damit

$$W(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi Np(1-p)}}\exp\left(-\frac{d^2}{2Np(1-p)}\right)$$

mit $\sigma=\sqrt{Np(1-p)}$ ergibt sich

$$W(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma^2}\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left(-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}\right)$$

(Mit den Voraussetzungen der Poisson-Verteilung, $p\to 0$ und $N\to\infty$, erhält man $\sigma=\sqrt{\bar{n}}$. (Siehe auch Punkt 5.)

Die Übereinstimmung zwischen Normal- und Binomialverteilung ist umso besser, je größer N und n (Stirling'sche Näherung dann gut) und je näher p bei 1/2 liegt (Abbruch der Taylorentwicklung nach dem dominanten Glied dann sinnvoll).
Die Normal-Verteilung ist eine zweiparametrische Verteilung mit den Parametern $\bar{n}$ und σ.

5.) Die Normal-Verteilung als Grenzfall der Poisson-Verteilung

Für großes $\bar{n}$ $(\bar{n}\approx 30-40)$ geht die Poisson-Verteilung in eine Normal-Verteilung über.

$$W(n,\bar{n})=\frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{n!}=\frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{\sqrt{2\pi n}\,n^n\,e^{-n}}=\frac{e^{-(\bar{n}-n)}}{\sqrt{2\pi\bar{n}}}\left(\frac{\bar{n}}{n}\right)^{n+\frac{1}{2}}=\frac{e^{-(\bar{n}-n)}}{\sqrt{2\pi\bar{n}}}\left(1+\frac{\bar{n}-n}{n}\right)^{n+\frac{1}{2}}$$
$$=\frac{e^{-(\bar{n}-n)}}{\sqrt{2\pi\bar{n}}}\exp\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\ln\left(1+\frac{\bar{n}-n}{n}\right)\right]$$

Entwickelt man die ln-Funktionen nach Taylor

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+-\ldots$$

und bricht nach dem quadratischen Glied ab $\frac{(\bar{n}-n)}{n} \ll 1$, so erhält man

$$W(n,\bar{n})=\frac{e^{-(\bar{n}-n)}}{\sqrt{2\pi\bar{n}}}\exp\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\bar{n}-n}{n}-\frac{1}{2}\frac{(\bar{n}-n)^2}{n^2}\right)\right]$$

Bei hinreichend großem n kann man $n + 1/2$ durch n ersetzen und erhält damit

$$W(n,\bar{n})=\frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}}}\exp\left(-\frac{(\bar{n}-n)^2}{2n}\right)$$

Da $\frac{(\bar{n}-n)}{n} \ll 1$, kann man im Nenner des Exponenten n durch $\bar{n}$ ersetzen und erhält damit eine Normal- oder Gauß-Verteilung mit $\sigma=\sqrt{\bar{n}}$, d.h. eine einparametrische Verteilung:

$$W(n,\bar{n})=\frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{n}}}\exp\left(-\frac{(\bar{n}-n)^2}{2\bar{n}}\right)$$

Versuch 15
Elastische Konstanten



Abbildung 1: *Übersicht des Versuchs elastische Konstanten.*

I Messaufbau

- Holzbock mit Spannvorrichtung und Messmikroskop.
- Stahldraht



Abbildung 2: *Zubehör zum Versuch.*

- Messmarke
- Aufhängeöse
- Gewichtsteller
- Gewichte aus Messing à 100 g
- Drehkörper aus Aluminium
- Messkasten mit Stoppuhr, Mikrometerschraube, Messschieber, Bandmaß, Seitenschneider

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart.
- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer, Tipler.
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Hookesches Gesetz, Elastizitätsmodul, Schubmodul, Querkontraktion, Hysterese, Torsion, Drehschwingung.

Verständnisfragen:

1. Wie lautet das Hooke'sche Gesetz? Erläutern Sie die auftretenden Größen.
2. Durch welche Gleichung wird der Schubmodul definiert?
3. Welchen Effekt beschreibt man mit der Poisson-Zahl?
4. Der Schubmodul eines Drahtes wird über eine einfache Messung der Torsionsschwingung einer angehängten Masse bestimmt. Wieso treten bei der Drehschwingung im Draht Schubkräfte auf? Versuchen Sie, die Beziehung zwischen Winkelrichtgröße des Drahtes und seinem Schubmodul herzuleiten. Leiten sie Gleichung (1) her.

IV Aufgaben

- Bestimmung des Schubmoduls G eines Drahtes durch Messung der Torsionsschwingungen (dynamische Methode).
- Bestimmung des Elastizitätsmoduls E durch Messung der Dehnung (statische Methode).

V Grundlagen

Der Schubmodul G ergibt sich durch Messung der Schwingungsdauer T_s der Torsionsschwingungen des Drahtes gemäß

$$T_s = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}} \quad \text{mit} \quad D = \frac{\pi}{2}G\frac{r^4}{l}, \tag{1}$$

wobei r den Radius, l die Länge des Drahtes, J das Trägheitsmoment des Drehkörpers und D das Richtmoment bezeichnen. Der Elastizitätsmodul E lässt sich aus dem bei nicht zu hoher Belastung gültigen Hookeschen Gesetz $\sigma = \epsilon E$ durch Messung der Spannung $\sigma = F/A$ und der relativen Längenänderung $\epsilon = \Delta l/l$ berechnen. A bezeichnet den Drahtquerschnitt und F Belastung des Drahtes.

VI Durchführung des Versuchs

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

2. Zunächst spannen Sie einen Draht ein (Beschreibung hängt an der Wand). Dann werden der Durchmesser und die Längen bestimmt. Wegen der Inhomogenitäten des Drahtes soll der Durchmesser mit einer Mikrometerschraube an fünf verschiedenen Stellen gemessen werden. Werte mitteln! Aus der Tatsache, dass die Einzelmesswerte nur geringfügig oder gar nicht streuen, ist jedoch nicht zu schließen, dass der Fehler der Dickenmessung gleich Null ist. Vielmehr ist die Ablesegenauigkeit der Mikrometerschraube zu berücksichtigen, die eine untere Grenze für den Fehler der Dickenmessung darstellt. (Bei der Messung mit der Mikrometerschraube ist darauf zu achten, dass immer mit der Fühlschraube gedreht wird, um stets mit gleichem Messdruck zu messen und den Draht nicht zu quetschen.) Durch einen Blindversuch muss der Nullpunkt der Mikrometerschraube festgestellt werden.

3. Es wird der Drehkörper an den Draht gehängt und die Schwingungsdauer T_s der Torsionsschwingungen über 10 Schwingungen gemessen. Zur Kontrolle soll die Messung 3-mal wiederholt werden. Zur Berechnung des Trägheitsmomentes J des Körpers ist sein Durchmesser und seine Masse zu bestimmen

$$J = \frac{m}{2}r^2. \tag{2}$$

4. Es wird der Gewichtsteller anstelle des Drehkörpers angehängt, die Bleischeibe aufgelegt und die rote Plastikscheibe in das Loch der Platte eingesetzt (verhindert das Pendeln des Drahtes). Nun wird der Draht durch Gewichte von je 100 Gramm belastet. Beim Auflegen der Gewichte den Gewichtsteller von unten mit der Hand unterstützen, so dass kein Ruck entsteht. Die Längenänderungen werden durch ein Messmikroskop beobachtet. Das ist geeicht, wenn sowohl die Ablesemarke (am Draht) als auch die Skala scharf dargestellt wird. Überzeugen Sie sich davon (auch von der Wirkung falscher Einstellung!) mit Hilfe eines Maßstabes. Es sind je zwei Messreihen

bei steigender und fallender Belastung aufzunehmen. Die Messpunkte sollen während des Experimentes in ein Diagramm (Längenänderung in Einheiten der Mikroskopskala als Funktion der Belastung), im Protokollheft eingetragen werden (steigend und fallend getrennt, jedoch im selben Diagramm). Die Vorbelastung des Drahtes durch den Gewichtsteller und die Bleischeibe ergibt in der graphischen Darstellung nur eine Nullpunktverschiebung. Die Bleischeibe soll den im Draht vorhandenen Drall ausrecken.

5. Nach Versuchsende bauen Sie bitte den Draht wieder aus und werfen Sie ihn in den Abfalleimer.

VII Auswertung

1. Aus der mittleren Steigung der Kurven wird der Elastizitätsmodul und aus der Schwingungsdauer des Drehkörpers der Schubmodul des Drahtes berechnet (Fehlerrechnung!). Beachten Sie, dass bei der Berechnung von E und G verschiedene Drahtlängen eingehen! Aus den beiden Werten soll über die Beziehung
$$\frac{E}{2G} = 1 + \mu \tag{3}$$
die Poisson'sche Zahl
$$\mu = -\frac{\Delta r/r}{\Delta l/l} \tag{4}$$
berechnet werden. Bei dem Fehler von μ ist zu beachten, dass sowohl G wie E vom selben Radius r abhängen.

2. Der Elastizitätsmodul ist noch am Praktikumstag auszurechnen und beim Vortestat vorzulegen.

253 Absorption von α–, β– und γ-Strahlung

Warnung!

Bei den Versuchen zur Kernphysik sind aus Sicherheitsgründen folgende Regeln zu beachten:

1.) Das Essen und Trinken in Räumen, in denen mit radioaktiven Quellen gearbeitet wird, ist untersagt.

2.) Blei ist ein Schwermetall und als solches giftig. Es wird auch direkt durch die Haut aufgenommen. Daher sollen Bleiabschirmungen und Bleiplättchen nur mit den ausliegenden Latex Handschuhen angefasst werden.

Versuchsaufbau:

Der Versuchsaufbau entspricht dem Aufbau aus Versuch 251.

Ziel des Versuchs:

Messung der Absorption von radioaktiver Strahlung. Dieser Versuch ist Grundlage für Strahlenschutzanwendungen.

Nachzulesen unter:

Radioaktivität, α–, β–, γ–Strahlung, Energieverteilung der Spektren, Abbremsung geladener Teilchen durch Ionisation. Absorption und Streuung von γ-Strahlen (siehe auch Röntgenstrahlen), Photoeffekt, Comptoneffekt; Zählrohr (Geigerzähler).

Literatur:

Lehrbücher, z.B. Gerthsen, Tipler; Ausführlich: Häusel/Neumann (Bd. III, Atome, Atomkerne...) bei "Durchgang von Kernstrahlung durch Materie".

Verständnisfragen:

- Durch welche Mechanismen verlieren α–, β– und γ-Strahlung beim Durchgang durch Materie ihre Energie?
- Leiten sie das Beer'sche Gesetz her. Was ist die Bedeutung des Absorptions-koeffizienten?
- Wie sieht das Energiespektrum von β– und γ-Strahlern aus? Woher kommt der Unterschied?

Zubehör:

β-Präparat (^{90}Sr+ ^{90}Y), Aluminiumabsorber,
γ-Präparat (^{60}Co), Bleiabsorber,
Zählrohr und Zählgerät.

Aufgabe:

Es ist die Absorption von β-Strahlen (^{90}Sr + ^{90}Y) und von γ–Strahlen (^{60}Co) zu messen. Aus den Absorptionskurven sind die Maximalenergie der β-Strahlung bzw. die Energie der γ-Strahlung zu bestimmen. Die Aktivität der Präparate (in Becquerel, Zerfälle pro Sekunde) ist jeweils abzuschätzen.

Durchführung:

1) <u>Absorptionsmessung an β- und γ-Strahlen:</u>

Nach Inbetriebnahme des Zählrohrs (s. *Grundlagen zu den Versuchen der Radioaktivität, II Betriebsanleitung des Zählgerätes*) Präparat in den Behälter zurückstellen und Nulleffekt 5 min lang messen. Danach werden die Absorptionskurven gemessen.

<u>β–Strahler:</u> Präparat in den runden Aluminium-Kollimator einsetzen, Abstand zum Zählrohrfenster ca. 6 cm, Aluminium-Absorberdicke (vor dem Zählrohr) in Schritten von 0.3 mm erhöhen, bis die Zählrate nahezu auf den Nulleffekt abgesunken ist. Messzeiten jeweils 30 sec, bei kleineren Zählraten 2 min. Dann wird noch eine Messung mit zusätzlich 1 mm Aluminium gemacht (Messzeit 5 min). Diese Messung liefert den Nulleffekt einschließlich der Zählrate, die durch die Bremsstrahlung der β-Teilchen im Al-Absorber oder durch etwaige γ-Strahlung verursacht wird. Bei der Auswertung ist diese Rate als Nulleffekt abzuziehen.

Die Absorber werden unmittelbar vor dem Zählrohr angebracht, damit auch gestreute β–Teilchen noch in das Zählrohr kommen.

<u>γ-Strahler:</u> Zählrohr und Bleikollimator sorgfältig auf eine Achse justieren. Präparat in den Bleikollimator einsetzen, Abstand Zählrohr - Präparat 15 cm. Absorber 0 bis 5 cm Blei in Schritten von 5 mm. Messzeiten je 1 min.

Die Absorber werden unmittelbar vor dem Kollimator angebracht, damit die durch Comptoneffekt gestreuten Quanten möglichst <u>nicht</u> das Zählrohr treffen (vgl. Gl (1)).

<u>Graphische Darstellungen:</u> Absorptionskurven auf halblogarithmischem Papier, 4 Dekaden. Möglichst die Kurven schon während der Messung zeichnen. Statistische Fehler zu jedem Punkt durch Fehlerbalken angeben. Der Nulleffekt ist abzuziehen,

sobald er nicht klein gegen den statistischen Fehler des Messwerts ist.

2) Abschätzung der Aktivität der Präparate
Hierzu werden die Präparate in den kleinen Al-Halter eingeschraubt (γ-Quelle) bzw. in den vorne offenen runden Alu-Halter gesteckt (β-Quelle), um die Veränderung des Raumwinkels durch den Kollimator auszuschließen. Messzeit jeweils 1 min; den Zählrohr-Radius notieren und den Abstand zwischen Präparat und Zählrohr messen.

Zur späteren Fehlerabschätzung (s. unten) führen Sie bei der Aktivitätsmessung der γ-Quelle noch eine Messung bei ca. 10 cm Abstand und 20 cm Abstand durch.

Da bei dieser Messung die Präparate unabgeschirmt sind: Nach Gebrauch gleich wieder in den Schutzbehälter stecken bzw. schrauben.

Auswertung:

Zu 1): Beim β–Strahler wird die sog. "Maximalreichweite" bestimmt durch Extrapolation der Kurve auf diejenige Absorberdicke, bei der die Absorptionskurve in halblogarithmischer Darstellung senkrecht verlaufen würde. Die Fensterdicke der Präparatekapsel beträgt 0,1mm Edelstahl (= 79 mg/cm^2), sie muss natürlich auch berücksichtigt werden. Beim γ-Strahler wird eine Gerade durch die Messpunkte gelegt (Gl (2)). Den zugehörigen Wert von μ kann man direkt aus der Zeichnung entnehmen. Fehlerabschätzungen aus dem Spielraum, den man aufgrund der statistischen Fehler beim Zeichnen der Absorptionskurve hat. Energiebestimmung mit Hilfe der beigefügten Kurven, die auf experimentellen Daten beruhen. (S. 253/7)

Zu 2): Zur Abschätzung der Aktivität (A) der Präparate benötigt man außer den unter 2) gemessenen Zählraten n noch den Raumwinkel Ω, unter dem das Zählrohr vom Präparat aus erscheint. Da der Abstand d Präparat - Zählrohr groß gegen den Zählrohrradius r ist, kann man $\Omega = \pi r^2/d^2$ setzen. (Der Raumwinkel Ω in sterad entspricht ja der Fläche der Projektion der Zählrohröffnung auf die Einheitskugel; der Raumwinkel der Einheitskugel ist 4π sterad). Ferner muss man die Ansprechwahrscheinlichkeit ε des Zählrohrs kennen. Sie ist für β-Teilchen praktisch 1, für γ-Quanten mit Energien von einigen 100 keV bis zu einigen MeV von der Größenordnung 1 %. (Bei unseren Zählrohren ca. 4 %.) Mit diesen Angaben kann man die Aktivität, d.h. die Zahl der Zerfälle pro Sekunde abschätzen:

$$n = \varepsilon \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \cdot A \quad = \quad \varepsilon \cdot \frac{\pi r^2}{4\pi d^2} \cdot A \quad = \quad \varepsilon \cdot \frac{r^2}{4d^2} \cdot A \quad .$$

Das ^{60}Co emittiert pro Zerfall 2 γ-Quanten, was in Rechnung zu stellen ist. Beide γ–Quanten haben etwa dieselbe Energie, so dass die Absorptionskurve einheitlich erscheint. Beim β-Präparat (^{90}Sr + ^{90}Y) kommt nur die Strahlung des ^{90}Y aus der Kapsel heraus. Die β–Strahlung des ^{90}Sr wird wie auch die β-Strahlung ^{60}Co in der Kapsel absorbiert.

Man schätze die Fehler ab, die beim ^{60}Co-Präparat dadurch entstehen, dass die Quellenkapsel die radioaktive Substanz mit ca. 4 mm Material der Dichte 7,9 g/cm^3 abschirmt und dass die Strahlung auf der ganzen Länge des Zählrohrs absorbiert wird und nicht nur am Eintrittsfenster (Länge des Zählrohrs ca. 4 cm). Vergleichen Sie dazu Ihre Messungen bei 10 cm und 25 cm Abstand.
Vergleichen Sie die bestimmten Energien (β–, γ– Strahlung) mit den Angaben auf der Nuklidkarte im Praktikumsraum und die gemessene Aktivität mit den Angaben auf der Quelle (Alter der Quelle berücksichtigen!).

Grundlagen:

Schnelle geladene Teilchen verlieren beim Durchdringen von Materie ihre Energie nahezu kontinuierlich in zahlreichen Stößen mit den Elektronen des Absorbermaterials, wobei beim einzelnen Stoß im Mittel nur wenig Energie übertragen wird (größenordnungsmäßig 30 eV). Daher haben Teilchen einer bestimmten Energie *E* eine bestimmte Reichweite *R*, und man kann die Energie der Teilchen durch Messung der Reichweite bestimmen. Dazu wird die Dicke des Absorbers zwischen Strahlenquelle und Detektor variiert. Im Idealfall bleibt bei monoenergetischer Strahlung die Zählrate bis zur Erreichung der Reichweite konstant und sinkt dann rasch auf Null ab. Dieses Verhalten wird bei α-Strahlern in guter Näherung beobachtet.

Der Energieverlust pro Wegeinheit ist umgekehrt proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit des Teilchens. Elektronen sind sehr viel schneller als α-Teilchen der gleichen Energie. Sie haben daher eine viel größere Reichweite. Elektronen werden wegen ihrer kleinen Masse und großen Reichweite durch Streuung im

Absorber vielfach abgelenkt, und die wahre Bahnlänge im Absorber kann z.B. doppelt so groß wie die Absorberdicke sein. Dies führt selbst bei monoenergetischen Elektronen zu einer Verwaschung der gemessenen Absorptionskurve. Das kontinuierliche Energiespektrum der β–Strahlen erschwert weiterhin eine genaue Auswertung der Absorptionskurve aufgrund der Energie-Reichweite-Beziehung, so dass man bei der Bestimmung der Maximalenergie der β-Teilchen aus der Absorptionskurve auf ziemlich ungenaue Extrapolationen angewiesen ist.

Da es bei der Ionisation auf die Zahl der Elektronen pro cm^3 Absorbermaterial ankommt, gibt man statt der Reichweite in cm meistens die entsprechende Flächendichte in g/cm^2 an, denn 1 Gramm eines beliebigen Elements enthält Z/A x 6 x $10^{23} \approx 3 \times 10^{23}$ Elektronen, weil Z/A zwischen 1/2 (leichte Elemente) bis 82 / 207,2 = 0,396 variiert, wenn man vom Wasserstoff absieht. Aus ähnlichen Gründen benutzt man statt des Schwächungskoeffizienten μ $[cm^{-1}]$ meistens den Massenschwächungskoeffizienten μ/ρ $[cm^2/g]$.

γ-Quanten werden im Absorber im Gegensatz zu geladenen Teilchen durch einen einzigen Elementarakt absorbiert (Photoeffekt, Paarbildung) oder aus der ursprünglichen Richtung herausgestreut (Comptoneffekt). Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines dieser 3 Prozesse in einer infinitesimalen Schicht dx sei jeweils $\mu_{photo} \cdot dx$, $\mu_{paar} \cdot dx$ bzw. $\mu_{compton} \cdot dx$. Die Summe

$$\mu_{photo} + \mu_{paar} + \mu_{compton} = \mu \qquad (1)$$

heißt Schwächungskoeffizient. Die Zahl der nach Durchsetzen eines Absorbers der Dicke x noch vorhandenen γ-Quanten n(x) nimmt in einer Schicht der Dicke dx um

$$dn = -n(x)\,\mu\,dx$$

ab. Durch Integration dieser Differentialgleichung erhält man

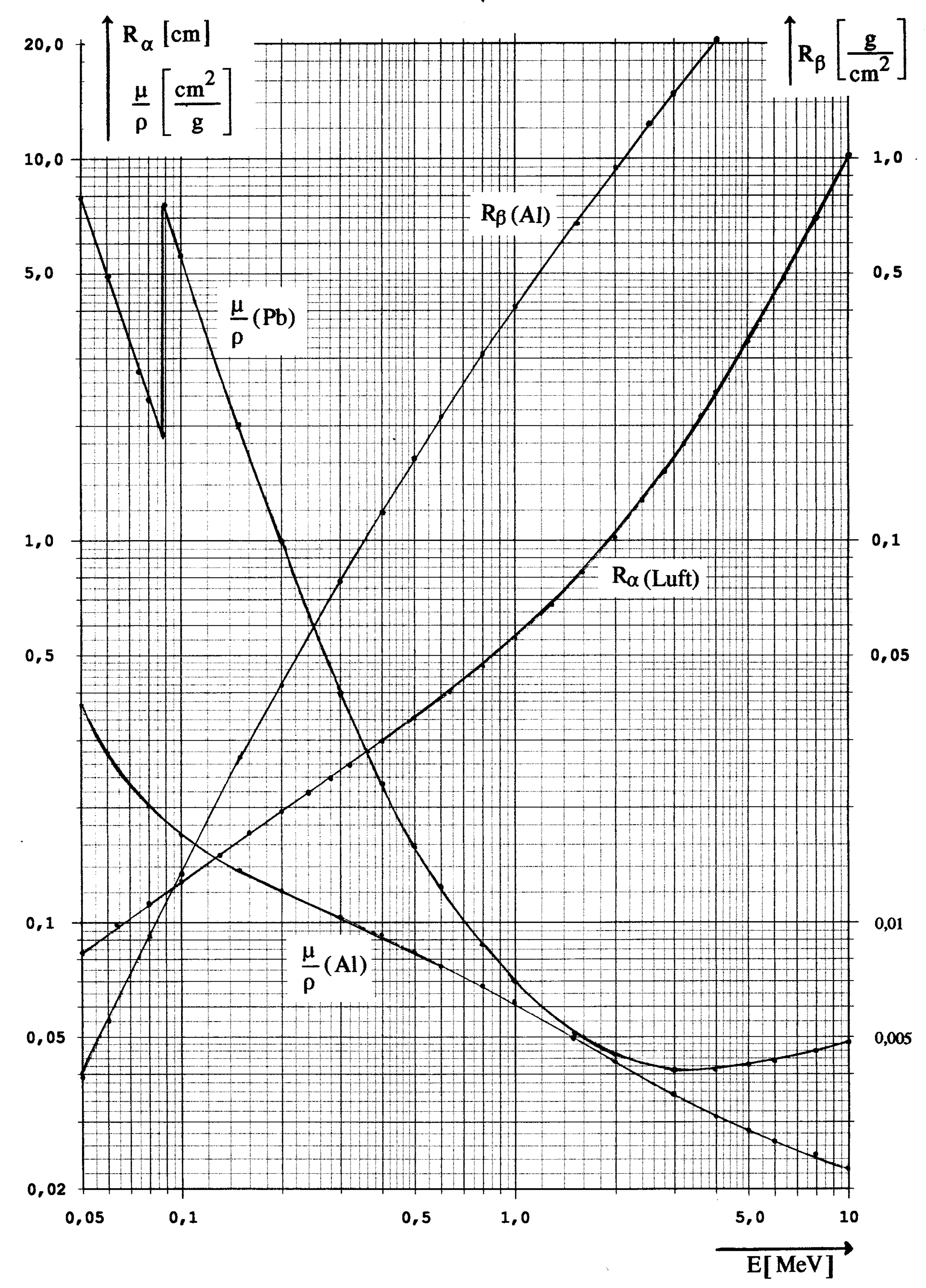
$$n(x) = n_o\,e^{-\mu x} \qquad (2)$$

n(x) = Zahl der hinter einem Absorber der Dicke x noch vorhandenen γ-Quanten.
n_o = Zahl der auf den Absorber einfallenden γ-Quanten.

Die Energie der γ-Strahlung kann durch Messung von μ bestimmt werden, da die

Abhängigkeit der einzelnen Bestandteile von μ (Gl (1)) von γ-Energie und Absorbermaterial bekannt ist.

Die Messung der Absorption wird nur in Spezialfällen zur Energiemessung an β- und γ-Strahlern benutzt. Wesentlich genauer sind direkte Energiemessungen (Szintillationsspektrometer, Halbleiterzähler und magnetische Spektrometer). Trotzdem ist der Verlauf der Absorptionskurven von großer Wichtigkeit (Auslegung kernphysikalischer Experimente, Abschirmung von Strahlenquellen, Strahlenbiologie u.a.m.).


R_α [cm]
$\frac{\mu}{\rho}\left[\frac{cm^2}{g}\right]$
$R_\beta\left[\frac{g}{cm^2}\right]$
R_β (Al)
$\frac{\mu}{\rho}$ (Pb)
R_α (Luft)
$\frac{\mu}{\rho}$ (Al)
E [MeV]
20,0
10,0
5,0
1,0
0,5
0,1
0,05
0,02
1,0
0,5
0,1
0,05
0,01
0,005
0,05
0,1
0,5
1,0
5,0
10

Versuch 22
Bestimmung der Elementarladung nach Millikan

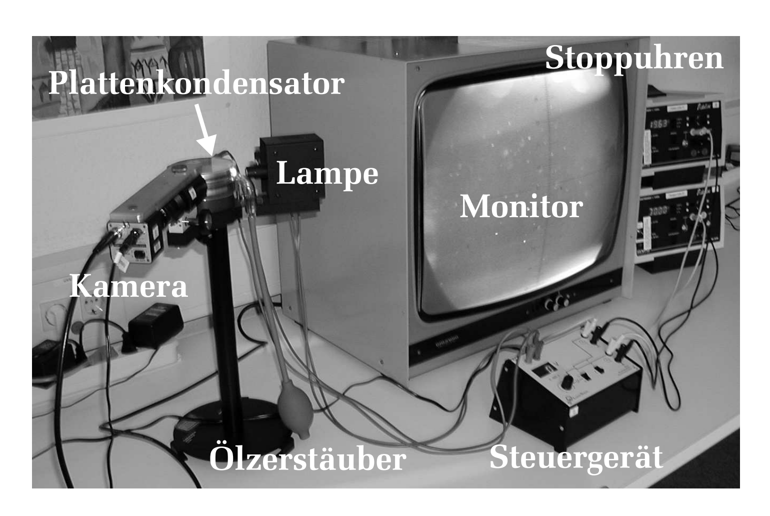


Abbildung 1: *Übersicht des Millikan-Versuchs.*



Abbildung 2: *Links: Steuergerät, Rechts: elektronische Stoppuhr.*

I Messaufbau

- Millikan-Gerät (Plattenkondensator, Ölzerstäuber und Beleuchtung).
- Mikroskop-Kamera mit Monitor.
- Millikan-Steuergerät (Hochspannungsquelle, Triggerung der Stoppuhren).
- zwei elektronische Stoppuhren.
- PC mit Drucker, Datenauswertung mit dem Programm Excel.

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart, 7.Auflage 1994, S. 310-313.
- W. Ilberg, M. Krötzsch, D. Geschke, *Physikalisches Praktikum*, B.G.Teubner Verlagsgesellschaft Stuttgart, Leipzig 10. Auflage 1994, S. 254-256.
- J. Becker, H.J. Jodl, *Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler und Ingenieure*, VDI-Verlag GmbH Düsseldorf 1991, S. 152-155.
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de). Hier finden Sie weitere Informationen zum Versuch. Unter anderem können Sie hier die Orginalarbeit Millikans, *„On the Elementary Electrical Charge and the Avogadro Constant"*, herunterladen.

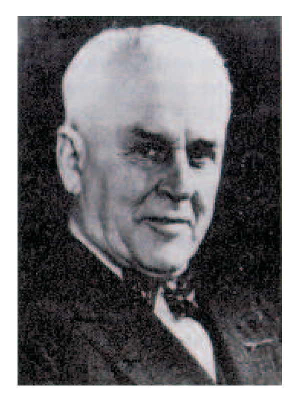
III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Auftrieb, Stokesches Gesetz, Elektrisches Feld in einem Kondensator, Kraft auf eine Ladung im homogenen elektrischen Feld. Berechnen Sie die Summe aller Kräfte auf ein im feldfreien Raum mit konstanter Geschwindigkeit sinkendes Öltröpfchen und auf ein im elektrischen Feld des Kondensators mit konstanter Geschwindigkeit steigendes Öltröpfchen. Leiten Sie hiermit die beiden Gleichungen (5) und (6) ab.

IV Aufgaben

- Bestimmung der Elementarladung durch Messung der Sink- bzw. Steiggeschwindigkeit von elektrisch geladenen Öltröpfchen im Plattenkondensator.

V Grundlagen



Robert A. Millikan

Robert A. Millikan hat im Jahre 1913 in der Fachzeitschrift *Physical Review* eine Arbeit mit dem Titel *„On the Elementary Electrical Charge and the Avogadro Constant"* (Phys.Rev. 2 (1913), 109-143) veröffentlicht. Für die in dieser Arbeit beschriebene Messung der elektrischen Elementarladung erhielt Millikan im Jahre 1923 den Nobelpreis für Physik. Der hier im Praktikum aufgebaute Versuch beruht im wesentlichen auf der Originalapparatur von Millikan. Grundprinzip des Millikan- Experiments ist die Tatsache, dass auf ein im homogenen Feld eines Plattenkondensators bewegliches, elektrisch geladenes Öltropfchen verschiedene Kräfte wirken, die indirekt messbar sind. Dabei wird die Ladung eines Tröpfchens aus der Messung seiner Fallgeschwindigkeit v_f im feldfreien Raum und seiner Steiggeschwindigkeit v_s bei einer an den Kondensator angelegten Spannung bestimmt.
Auf ein fallendes Tröpfchen (ohne elektrisches Feld) wirken drei Kräfte:

Gewichtskraft: $$F_G = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Öl}\ g \tag{1}$$

Auftriebskraft: $$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft}\ g \tag{2}$$

Stokesche Reibung: $$F_R = 6\pi r \eta v. \tag{3}$$

Wobei r, $\rho_{Öl}$, und v der Radius, die Dichte und die Geschwindigkeit des Öltropfchens bezeichnen, g ist die Schwerebeschleunigung, ρ_{Luft} und η sind die Dichte und die Viskosität der Luft. Trägt das Öltröpfchen eine elektrische Ladung q, so wirkt im Feld eines Plattenkondensators eine zusätzliche Kraft,

elektrische Kraft: $$F_e = q\frac{U}{d} \tag{4}$$

auf dieses ein. Hier ist q die Ladung des Tröpfchens, U ist die am Kondensator anliegende Spannung und d der Abstand der Kondensatorplatten.

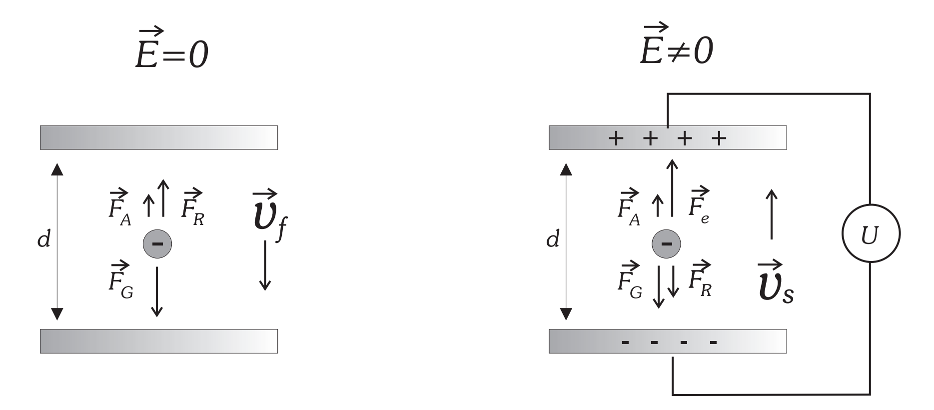


Abbildung 3: *Einwirkende Kräfte auf ein elektrisch geladenes Öltröpfchen im Plattenkondensator. Links: Ohne elektrisches Feld. Rechts: Im elektrischem Feld.*

Aus der Summe aller Kräfte, die ohne elektrisches Feld auf ein mit konstanter Geschwindigkeit v_f fallendes Tröpfchen wirken und aus der Summe der Kräfte, die auf ein im elektrischen Feld des Kondensators mit konstanter Geschwindigkeit v_s steigendes Tröpfchen wirken, lassen sich die beiden Gleichungen für den Radius r und die Ladung q des Öltröpfchens ableiten:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta}{2\rho g}\ v_f} \tag{5}$$

$$q = (v_f + v_s)\sqrt{\frac{9\ v_f\ \eta^3}{2\ \rho\ g}}\ \frac{6\pi d}{U}, \tag{6}$$

wobei ρ die Differenz ($\rho_{Öl}$ - ρ_{Luft}) darstellt.
Berechnet man die Ladungen der Öltröpfchen mit Hilfe von Gleichung (6) und leitet aus vielen solchen Messungen die Elementarladung e ab, so stellt man

fest, dass der so bestimmte Wert um etwa einen Faktor 1,1 zu hoch ist. Genauere Untersuchungen zeigen, dass dieser Faktor um so größer wird, je kleiner der Radius der Öltropfchen ist. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, dass die Radien der Öltröpfchen im Bereich 10^{-6} m bis 10^{-7} m liegen (folgt aus Gleichung (5)). Dies entspricht derselben Größenordnung wie die mittlere freie Weglänge der Moleküle in Luft. Die Viskositat η wurde aber bei der bisherigen Betrachtung als konstant angenommen. Allerdings gilt dies nur dann, wenn der Durchmesser der Öltröpfchen deutlich größer ist als die mittlere freie Weglänge der Luftmoleküle. Man kann aber die Viskosität η mit einem radiusabhängigen Korrekturfaktor $f(r)$ versehen. Dieser auch schon von Millikan benutzte Korrekturfaktor (die sogenannte Cunningham-Korrektur des Stokeschen Gesetzes) ist gegeben durch:

$$\eta(r) = \eta_0 f(r) = \frac{\eta_0}{1 + \frac{b}{rp}}. \tag{7}$$

Hier ist η_0 der Grenzwert der Viskosität für sehr große Öltröpfchen, p ist der Luftdruck und b eine empirische Konstante. Da bei unserer Betrachtung der Radius r von η abhängt, Gleichung (5), müsste man (um r exakt zu berechnen) Gleichung (7) in Gleichung (5) einsetzen und nach r auflösen (führt auf eine quadratische Gleichung). Es zeigt sich aber, dass es genügt, in Gleichung (5) mit η_0 zu rechnen. Der Fehler, den man dabei für r macht, liegt bei etwa 5 %. Der daraus resultierende Fehler für den Korrekturfaktor f beträgt nur etwa 0,5 % und ist somit vernachlässigbar.

Bei der Auswertung zu verwendende Konstanten:

Viskosität der Luft	$\eta_0 = 1,81 \times 10^{-5}$ Ns/m^2
Schwerebeschleunigung	$g = 9.81$ m/s^2
Dichte des Öls bei 15°C	$\rho_{Öl} = 877$ kg/m^3
Dichte des Öls bei 25°C	$\rho_{Öl} = 871$ kg/m^3
Dichte der Luft	$\rho_{Luft} = 1,29$ kg/m^3
Konstante im Korrekturfaktor	$b = 7,78 \times 10^{-3}$ Pa m
Abstand der Kondensatorplatten	$d = (6,00 \pm 0,05)$ mm
Skala auf dem Bildschirm	$1Skt = (5,00 \pm 0,13) \times 10^{-5}$ m

VI Durchführung des Versuchs

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

2. Machen Sie sich mit der Versuchsapparatur vertraut. Bringen Sie Öltröpfchen in den Kondensator ein und beobachten Sie ihr Verhalten unter dem Einfluss der angelegten Spannung (ungefähr 500 Volt einstellen, eingestellten Wert notieren und dann nicht mehr verändern). Benutzen Sie zur Scharfstellung das Einstellrad an der Mikroskopführung. Beachten Sie die Prozedur zum Nullstellen der Stoppuhren (ist auf den Uhren angegeben). Mit dem rechten Schalter des Steuergeräts starten Sie die obere Uhr, mit der die Fallzeit der Tröpfchen gemessen wird. Mit dem linken Schalter wird die Spannung am Kondensator angelegt, gleichzeitig wird die obere Stoppuhr angehalten und die untere Stoppuhr gestartet. Am oberen Umkehrpunkt des Tröpchens wird der linke Schalter wieder ausgeschaltet, dies stoppt die untere Uhr und startet wieder die obere Uhr, usw. Am Ende der Messung eines Tröpfchens wird schließlich wieder der rechte Schalter betätigt.

3. Suchen Sie sich ein Tröpfchen mit dem richtigen Ladungsvorzeichen (!) aus, das sich nicht zu schnell bewegt. Messen Sie seine Fallgeschwingkeit (ohne elektrisches Feld) und seine Steiggeschwindigkeit (mit elektrischem Feld) jeweils 5 mal und notieren Sie die Werte der einzelnen Messungen (Wege und Zeiten). Aus der Verteilung der insgesamt 10 Messwerte soll später die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessung abgeschätzt werden. Achtung: Beim Starten und Stoppen der Zeiten an den Umkehrpunkten Parallaxe beachten (Augen sollten auf Höhe des Öltröpfchens sein!).

4. Messen Sie die Fall- und Steiggeschwindigkeiten von insgesamt etwa 40 bis 60 Tröpchen. Verfolgen Sie nach Möglichkeit ein Tröpfchen bei mehreren Fall- und Steigbewegungen.

5. Notieren Sie die Werte für Temperatur und Luftdruck.

6. Tragen Sie die jeweils 4 Werte für jedes gemessene Tröpfchen (Fallweg und Fallzeit, Steigweg und Steigzeit) in die Tabelle des Excel-Programms zur Auswertung ein.

7. Drucken Sie die Excel-Tabelle aus.

VII Auswertung

1. Verifizieren Sie für ein ausgewähltes Tröpfchen die von Excel berechneten Werte, d.h. berechnen Sie für dieses Tröpfchen von Hand v_f, v_s, r_0, $f(r_0)$ und q unter Berücksichtigung der Einheiten (r_0 ist der mit η_0 berechnete Radius).

2. Zeichnen Sie (von Hand) ein Histogramm aller gemessenen Ladungen, die im Bereich von 0 As bis ca. 10^{-18} As liegen. Wählen Sie als Intervallgröße 2×10^{-20} As.

3. Überprüfen Sie, ob der im Excel-Programm benutzte Wert für die obere Grenze der gemessenen Ladung eines einfach geladenen Tröpfchens vernünftig ist. Können Sie sicher sein, dass der im Excel-Programm berechnete Wert **einer** Elementarladung e entspricht (und nicht etwa 2e oder 3e)?

4. Schätzen Sie den systematischen Fehler $\Delta q/q$ unter Berücksichtigung der oben angegebenen Fehler einiger Eingabegrößen ab. Nehmen Sie für den Fehler der Spannungsmessung 0,5 %, für den Fehler der Viskosität (einschließlich des Korrekturfaktors) 2,0 % und für den Fehler der Öldichte 0,5 % an. Verwenden Sie dazu die folgende Formel und begründen Sie die in der Formel enthaltenen Vorfaktoren 1/2 und 3/2:

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{3\Delta s}{2s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \rho}{2\rho}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta \eta}{2\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \qquad (8)$$

5. Nehmen Sie an, dass der statistische Fehler im wesentlichen auf den Messfehlern beruht, die Sie bei den Geschwindigkeitsmessungen machen. Schätzen Sie aus der Verteilung der 5 Werte für q, die Sie mit Hilfe von Gleichung (6) aus den Messungen in Aufgabe 3 erhalten haben, den resultierenden Fehler einer Einzelmessung für q ab und vergleichen Sie ihn mit der von Excel bestimmten Standardabweichung einer Einzelmessung.

6. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Literaturwert

Versuch 23
Strom- und Spannungsmessung

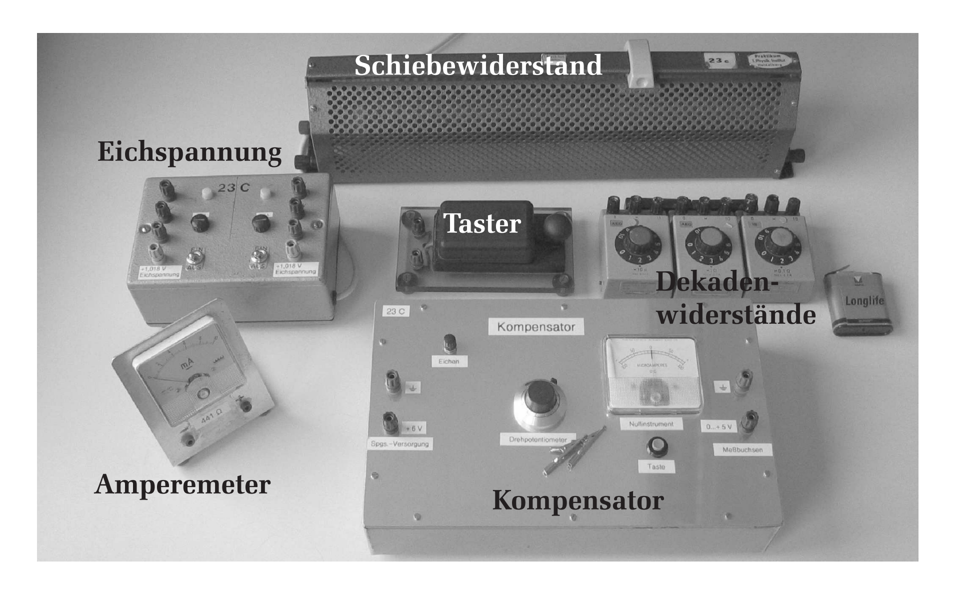


Abbildung 1: *Aufbau des Versuchs Strom- und Spannungsmessung.*

I Messaufbau

- stabilisierte Spannungsversorgung
- Kompensator
- Milliamperemeter
- Schiebewiderstand (100 Ω)
- drei Dekadenwiderstände
- Batterie
- Tastschalter

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart,
- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer, Tipler.
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Ohmsches Gesetz, Kirchhoffsche Gesetze, Innenwiderstand von Strom- und Spannungsmessinstrumenten, Drehspuleninstrument, Kompensationsschaltung, Innenwiderstand und Elektromotorische Kraft von Stromquellen.

Verständnisfragen:

1. Was besagen die Kirchhoffschen Gesetze?
2. Was und wie misst man mit einem Kompensator?
3. Worin besteht der prinzipielle Vorteil eines Kompensators gegenüber einer „normalen“ Spannungsmessung?
4. Was muß man tun, um den Messbereich eines Voltmeters oder Amperemeters zu erweitern?
5. Was ist eine Elektromotorische Kraft, und wie bestimmt man sie?
6. Wie groß ist der maximale (Kurzschluss) Strom, den eine Batterie - kurzzeitig - zur Verfügung stellen kann? Berechnungsbeispiel: Auto-Batterie: U=12 V, Innenwiderstand: R=0,1 Ω, I_{max} = ?

IV Aufgaben

- Eichen Sie eine Kompensationsschaltung zum Messen von Spannungen.
- Der Messbereich eines Amperemeters ist von 10 mA auf 200 mA zu erweitern.

- Die Klemmenspannung einer Batterie ist als Funktion der Belastung zu messen, um die ElektroMotorische Kraft (EMK) und den Innenwiderstand zu bestimmen.

- Zusatzaufgabe für Physiker: Berechnen Sie, für welchen Lastwiderstand aus der Batterie die maximale Leistung $P = UI$ entnommen wird.

V Grundlagen

VI Durchführung des Versuchs

Es wird dringend empfohlen, sich die Formeln für die Vor- und Parallelwiderstände zur Messbereichsänderung schon vor dem Praktikum klar zu machen. Nicht einfach abschreiben, sondern selbst entwickeln!

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

2. Machen Sie sich den Aufbau und die Wirkungsweise des Kompensators klar. Vergleichen Sie die Schaltelemente des Kompensators mit dem Schaltplan. (Gehäuse von unten ansehen; Linearitätsfehler des Drehpotentiometers notieren).

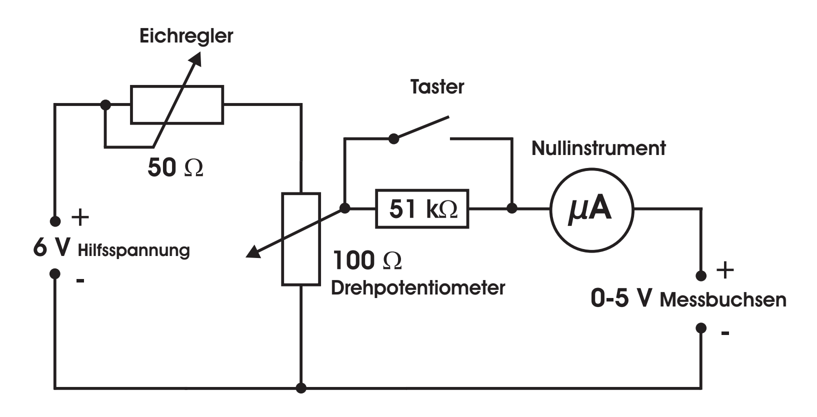


Abbildung 2: *Schaltplan des Kompensators.*

3. Die 6 V Hilfsspannung zum Betrieb des Kompensators wird dem Netzgerät entnommen. Eichung des Kompensator: Eichspannung (1,018 V) an die Messbuchsen legen, am Drehpotentiometer 2,036 Skt einstellen und durch Drehen am Eichknopf den Kompensator auf Null abgleichen. Die Drucktaste ist mit 51 kΩ überbrückt. Dadurch fließt bei Fehleinstellung ein kleiner Strom durch das Nullinstrument. Dieser verrät sofort die richtige Drehrichtung zum Nullabgleich. (Überlegen Sie sich, was hinter dieser Eichvorschrift steckt). Nach dem Abgleich entsprechen 10,00 Skt am Drehpotentiometer genau 5,00 Volt an den Messbuchsen, 8,00 Skt entsprechen genau 4,00 Volt usw.
Bemerkung zur Eichspannung: Üblicherweise wird zur Eichung von Kompensatoren ein chemisches Normalelement (Weston-Element) verwendet, das unabhängig von der speziellen Einzelherstellung einen festen Spannungswert von 1,01830 Volt (bei 20°C) hat. Die Temperaturabhängigkeit der Spannung ist genau bekannt. Da ein solches Normalelement sehr teuer und gegen Belastung sehr empfindlich ist, wurde eine elektronische Ersatzschaltung mit demselben Spannungswert vorgezogen.

4. Erweitern Sie den Messbereich eines Amperemeters von 10 mA auf 200 mA. Benutzen Sie dazu die drei Dekadenwiderstände (schauen Sie sich die Skizze auf deren Rückseite an). Den Innenwiderstand des 10 mA-Meters finden Sie auf demselben vermerkt (Fehler ± 1Ω). Der Innenwiderstand des 10 mA-Meters ist künstlich erhöht worden, damit Sie bei dieser Aufgabe mit drei Dekadenwiderständen auskommen.

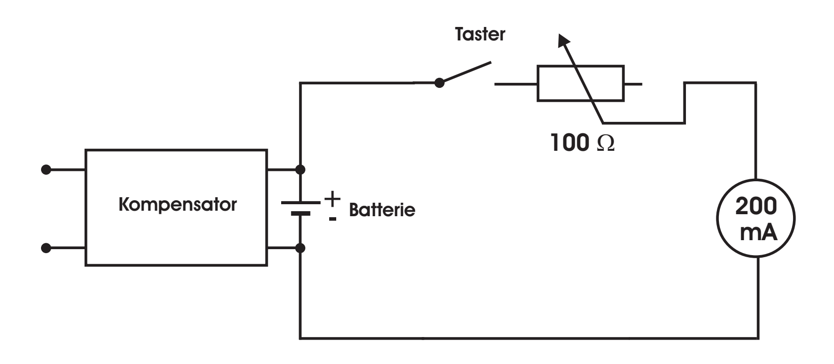


Abbildung 3: *Schaltung zu Aufgabe 5.*

5. Mit dem erweiterten mA-Meter und dem Kompensator wird in der ange-

zeichneten Anordnung die Klemmenspannung der Taschenlampenbatterie bei Belastung aufgenommen. Der Batterie wird ein Strom I entnommen und gleichzeitig die Klemmenspannung mit dem Kompensator gemessen. Mit dem Schiebewiderstand wird die Stromstärke von ca. 0 bis 200 mA geregelt (9 Messpunkte). Um die Batterie zu schonen, wird die Morsetaste zur Messung immer nur kurz (während des Abgleichs des Kompensators) gedrückt. Sofort ein Diagramm $U = U(I)$ zeichnen! Welchen Verlauf erwarten Sie?

VII Auswertung

1. Bestimmen Sie R_i und die EMK aus dem Diagramm. Diskutieren Sie Ihre Messungen unter Berücksichtigung der Messfehler.

2. Zusatzaufgabe für Physiker: Rechnen Sie durch Differenzieren der Gleichung $P = U(I)I$ aus, bei welchem Lastwiderstand die von der Batterie abgegebene Leistung am größten ist. (Leistungsanpassung). Wie groß ist dann $U(I)$?

Versuch 25
Oszilloskop

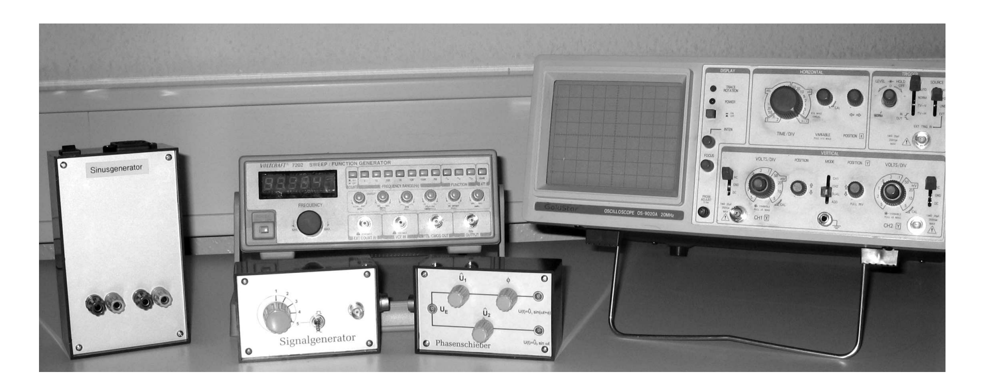


Abbildung 1: *Versuchsaufbau Oszilloskop.*

I Messaufbau

- Oszilloskop Goldstar OS-9020A
- Funktionsgenerator
- Signalgenerator
- Phasenschieber
- Sinusgenerator und Netzteil für zwei Aufbauten zusammen

II Literatur

- Ernst Beckmann et al., *Einführung in die Elektronik*, vgs Verlagsgesellschaft Köln. Ein sehr empfehlenswertes Buch zur Vorbereitung. Das Buch kann bei der Praktikumsverwaltung eingesehen werden.
- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart.
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Motivation

Ziel dieses Versuchs ist nicht die Untersuchung eines physikalischen Gesetzes oder die Bestimmung einer Naturkonstanten, sondern das Kennenlernen und richtige Anwenden eines in Wissenschaft und Technik weit verbreiteteten Instruments.
Am häufigsten wird das Oszilloskop zur Darstellung der zeitlichen Veränderung eines elektrischen Signals in Echtzeit benutzt. Nahezu alle physikalischen Größen, die sich mit geeigneten Sensoren in korrespondierende elektrische Signale umwandeln lassen, können mit einem Oszilloskop dargestellt werden. Das Anwendungsfeld reicht von einfachen Amplitudenmessungen einer Sinusspannung, bis hin zur Darstellung von Herz- bzw. Gehirnströmen im medizinischen Bereich. Dabei überdeckt die Zeitauflösung einen Bereich von einigen ns bei schnellen Oszilloskopen, bis zu mehreren Minuten bei digitalen Speicheroszilloskopen.

IV Vorbereitung

Informieren Sie sich mit Hilfe zusätzlicher Literatur über das Funktionsprinzip eines Oszilloskops. Weiterführende Literatur kann bei der Praktikumsverwaltung entliehen werden. Bereiten Sie sich außerdem auf folgende Themen vor: Bewegung von Elektronen in elektrischen Feldern, Kenngrößen von Wechselspannungen: Frequenz, Periode, Phase, Spitze-Spitze-Spannung U_{SS} bzw. U_{PP}, Effektivspannung. Senkrechte Überlagerung von Schwingungen: Lissajous- Figuren.

V Aufgaben

- Durch gezieltes Verstellen der Bedienelemente des Oszilloskops und Beobachtung der damit verbundenen Auswirkungen auf den Elektronenstrahl, soll die Bedienung des Oszilloskops geübt werden. Untersuchung der Synchronisation und der Triggerung des Elektronenstrahls zur Darstellung stehender Bilder.
- Messung der Periodendauer und Amplitude von verschiedenen Signalformen. Für ein periodisch exponentiell abfallendes und aufsteigendes Signal ist die Halbwertszeit zu bestimmen.

- Messungen im Zweikanalbetrieb: Untersuchung der Phasenverschiebung zweier Sinussignale gleicher Frequenz, sowohl im yt- als auch im xy-Betrieb. Qualitative Beobachtung von Lissajous- Figuren unter Beachtung der Frequenzverhältnisse.

VI Grundlagen

Aufbau eines Elektronenstrahl- Oszilloskops

In Abbildung 2 ist der schematische Aufbau einer Elektronenstrahl- Röhre dargestellt. Am schlanken Ende einer evakuierten Glasröhre befindet sich eine beheizbare Kathode (Glühkathode), aus der durch thermische Emission Elektronen heraustreten. Diese Elektronen werden durch eine hohe elektrische Spannung U_B in Richtung Anode beschleunigt, durchlaufen anschließend die x- und y-Ablenkeinheiten und treffen schließlich auf die Floureszenzschicht des Leuchtschirms, an dessen Auftreffpunkt sie einen Leuchtfleck erzeugen. Die Helligkeit des Leuchtflecks kann zum einen durch die Beschleunigungsspannung, als auch mit Hilfe des Wehnelt- Zylinders eingestellt werden. Befindet sich der Wehnelt- Zylinder auf einem Potential U_W, das negativer ist als das Potential an der Kathode, so bewirkt dieses abstoßende Potential, dass ein Teil der Elektronen zur Kathode zurückgedrängt werden und somit weniger Elektronen den Leuchtschirm erreichen. Ab einem gewissen Sperrpotential können keine Elektronen den Wehnelt-Zylinder passieren. Dadurch ist ein sehr schnelles „Ausschalten“ (Dunkeltastung) und auch wieder „Einschalten“ des Elektronenstrahls möglich. Wir werden später noch darauf zurückkommen.
Zur Fokussierung des Elektronenstrahls befindet sich zwischen dem Wehnelt-Zylinder und der Anode eine zusätzliche zylinderförmige Fokussierelektrode. Liegt diese auf einem positiven Potential U_F, das kleiner ist als das Potential an der Anode, so wirkt die Fokussierelektrode zusammen mit der Anode wie eine elektrische „Sammellinse“, die die Glühkathode auf den Schirm abbildet. Durch Variierung des Potentials an der Fokussierelektrode mit dem Einstellregler `FOCUS` kann so ein scharfer Leuchfleck erzeugt werden.
Mit der bisher geschilderten Elektrodenanordnung lässt sich nur ein starrer Leuchtfleck erzeugen. Zwar kann die Helligkeit und die Schärfe des Leuchtflecks eingestellt werden, der Leuchtpunkt verharrt aber stets im Mittelpunkt des Schirms. Damit der Leuchtpunkt in der gesamten Bildschirmebene bewegt werden kann, benötigen wir zusätzlich die x- und y-Ablenkeinheiten. Diese Ablenkeinheiten bestehen jeweils aus zwei Metallplatten, die senkrecht zu-

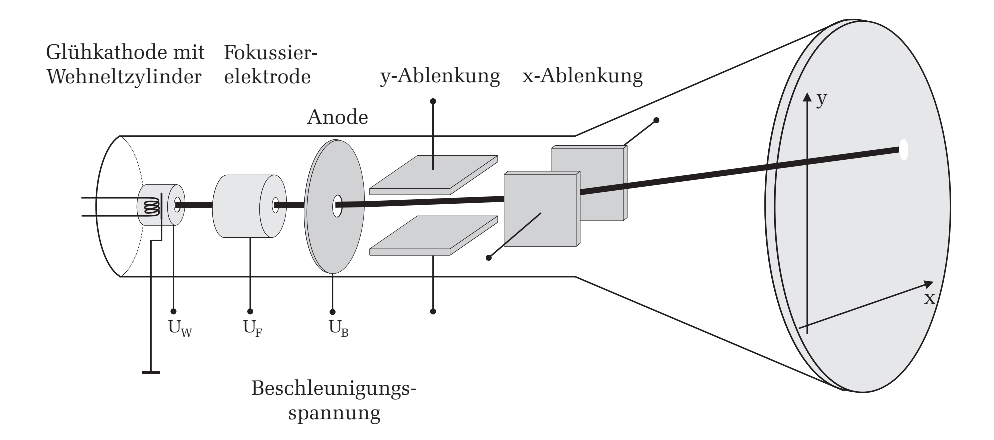


Abbildung 2: *Schematischer Aufbau eines Elektronenstrahl- Oszilloskops.*

einander angeordnet sind (Plattenkondensator). Betrachten wir zunächst die y-Ablenkeinheit: Legt man an diese eine Spannung U_y so wirkt auf ein Elektron beim Durchqueren eine elektrische Kraft, die proportional zur Spannung U_y ist und in y-Richtung wirkt. Befindet sich beispielsweise die obere Ablenkplatte auf einem positiven Potential, so wird der Elektronenstrahl und somit der Leuchtpunkt oberhalb der Schirmmitte abgelenkt. Bei umgekehrter Polung wird der Leuchtfleck entsprechend nach unten abgelenkt. Durch eine Steuerspannung an den y-Ablenkplatten ist also eine vertikale Verschiebung des Leuchtpunkts möglich. Der gleiche Effekt kann mit Hilfe der x-Ablenkeinheit und einer Steuerspannung U_x auch in horizontaler Richtung erzielt werden. Somit kann durch eine entsprechende Einstellung von U_x und U_y jeder Punkt auf dem Leuchtschirm erreicht werden.

Das Oszilloskop im yt-Betrieb

Bisher haben wir nur diskutiert, wie man einen einzelnen Punkt auf dem Leuchtschirm ansteuern kann. Im Allgemeinen wird aber ein Oszilloskop dazu benutzt, um ein Spannungssignal als Funktion der Zeit darzustellen. Man bezeichnet diesen Betriebsmodus auch als yt- Betrieb. Die y-Richtung des Bildschirms entspricht dabei der Spannungsachse und die x-Achse der Zeit. Das Grundprinzip ist in Abbildung 3 skizziert. Hier soll beispielsweise ein Sinussignal U_y als Funktion der Zeit auf dem Oszilloskop dargestellt

werden. Hierfür wird das darzustellende Signal U_y auf die y-Ablenkplatten gelegt. Aufgrund der sinusförmigen sich ändernden Spannung U_y bewegt sich der Leuchtpunkt zunächst nur immer auf und ab (Abbildung 3a). Auf dem Oszilloskop erscheint eine senkrechte Linie mit der man natürlich noch nicht allzuviel anfangen kann. Um nun eine sinnvolle Zeitinformation zu erhalten muss der Leuchtpunkt **gleichzeitig** zur y-Ablenkung auch proportional zur Zeit in horizontaler Richtung abgelenkt werden. Damit dies zeitlich linear geschieht, besitzt ein Oszilloskop eine eingebaute Elektronik, die eine sogenannte Sägezahnspannung U_x an der x-Ablenkeinheit generiert (Abbildung 3b).

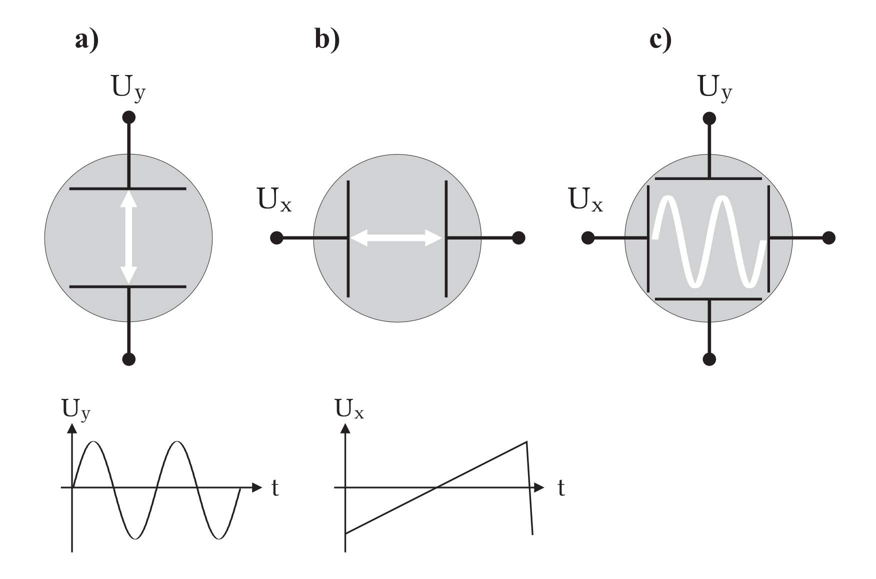


Abbildung 3: *Wirkungsweise der x- und y-Ablenkeinheiten: a) Das darzustellende Spannungssignal U_y (hier ein Sinussignal) wird an die y-Ablenkeinheit angeschlossen. b) Gleichzeitig erzeugt das Oszilloskop intern eine Sägezahnspannung, an der x-Ablenkeiheit die den Elektronenstrahl proportional zur Zeit horizontal verschiebt. c) Das resultierende Oszilloskopbild bei dem gleichzeitig die Signalablenkung in y-Richtung, sowie die Sägezahnspannung in x-Richtung anliegt, liefert den Spannungsverlauf $U_y(t)$ als Funktion der Zeit.*

Diese Spannung steigt zunächst zeitlich linear an, so dass sich der Elektronenstrahl proportional zur Zeit in horizontaler Richtung mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Erreicht der Leuchtpunkt den rechten Bildschirmrand, so soll der Schreibvorgang wieder am linken Rand des Leuchtschirms beginnen. Dies wird erreicht indem die x-Ablenkspannung sehr schnell auf das negative Maximum umgepolt wird. Da dieses Umpolen natürlich auch eine gewisse Zeit benötigt, erinnert die Form des Signalverlaufs, der Zahnung eines Sägeblatts. Die x-Ablenkspannung wird daher als Sägezahnspannung bezeichnet. Die langsame linear ansteigende Anstiegsflanke bedingt dabei den Vorlauf des Elektronenstrahls und die steil abfallende Flanke den Rücklauf. Gleichzeitig zum Sägezahnsignal folgt der Elektronenstrahl auch der Signalspannung, die an der y-Ablenkeinheit anliegt. Aufgrund der optische Trägheit unserer Augen und dem Nachleuchten des Schirmes entsteht so ein Bild, dass den Spannungsverlauf $U_y(t)$ darstellt (Abbildung 3c). Übrigens lässt sich die Nachleuchtdauer durch eine geeignete Wahl der Flouressenzschicht von etwa einer ms bei schnellen Oszilloskopen, bis mehreren Sekunden, wie es zum Beispiel bei analogen Radarschirmen erforderlich ist, einstellen.

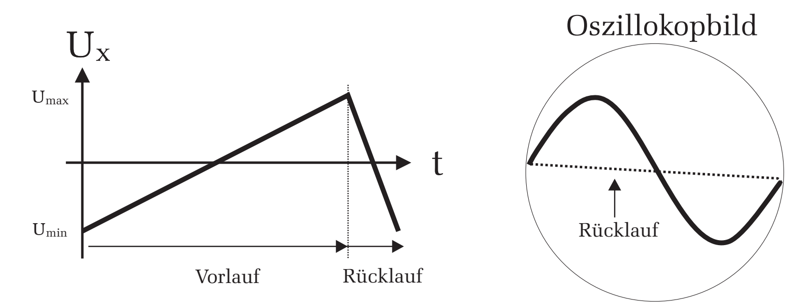


Abbildung 4: *Links: Eine Periode der Sägezahnspannung die die Zeitablenkung des Elektronenstrahls für den Vor- und Rücklauf bestimmt. Rechts: Ohne Dunkeltastung würde der Elektronenstrahl beim Rücklauf eine störende Linie (in der rechten Abbildung gepunktet dargestellt) auf das Bild schreiben.*

Beim Rücklauf des Elektronenstrahls erzeugt dieser eine störende Leuchtspur auf dem Schirm (Abbildung 4). Um dies zu vermeiden wird für die Zeitdauer der Rücklaufzeit ein Impuls auf den Wehneltzylinder gegeben, der den Elektronenstrahl ausschaltet (Dunkeltastung). Auf dem Oszilloskop ist dann nur das Bild, das beim Signalvorlauf erzeugt wird, zu sehen.

Der Elektronenstrahl ist vergleichbar mit einem mechanischen Linienschreiber (yt-Schreiber), der den Spannungsverlauf auf ein Blatt Papier (Endlospapier)

als Funktion der Zeit aufzeichnet. Dabei bewegt sich das Papier mit konstanter Geschwindigkeit unter einem Schreibstift. Gleichzeitig folgt der Stift aber auch dem zu messenden Spannungssignal in der zur Papiervorschubrichtung senkrechten Richtung. Es entsteht so eine lange Papierbahn, die den Spannungsverlauf kontinuierlich mit der Zeit bzw. mit der Papierlänge wiedergibt. Im Gegensatz zum mechanischen Linienschreiber steht beim Oszilloskop nur eine begrenzte Bildschirmbreite zur Verfügung. Da aber das Oszilloskopbild regeneriert wird, sobald der Strahl aussetzt und die Nachleuchtdauer des Bildschirms abgeklungen ist, verblasst das zuvor aufgezeichnete Bild und es kann erneut ein Spannungssignal im Bildschirmbereich aufgezeichnet werden.

Triggerung

Im Allgemeinen möchte man mit einem Oszilloskop periodische Signale darstellen. Legt man beispielsweise an den y-Eingang ein kontinuierliches Sinussignal, so soll auf dem Schirmbild stets ein zeitlich konstanter Ausschnitt dieses Signals angezeigt werden. Damit man auf dem Leuchtschirm ein stillstehendes Bild erhält, muss die Periodendauer der Sägezahnspannung gleich oder ein ganzzahliges Vielfaches von der Periodendauer des darzustellenden Sinussignals betragen. Andere asynchrone Einstellungen der Perioden führen zu einem flackernden, unregelmäßigen Bild, da bei jedem Strahlvorlauf immer ein anderer Signalbereich dargestellt wird (Abbildung 5).

Um stets ein stehendes Bild zu erhalten und unabhängig von den jeweiligen Periodendauern zu sein, muss das zu messende Signal $U_y(t)$ getriggert werden (Abbildung 6). Im Triggerbetrieb arbeitet das Oszilloskop nicht mit ständig ablaufenden Zeitablenksignalen. Die Sägezahnspannung wird erst dann generiert, wenn die Eingangsspannung einen bestimmten Wert (Triggerschwelle) überschreitet. Erst dann startet das Sägezahnsignal und der Strahl wird horizontal abgelenkt. Nachdem eine Periode des Sägezahnsignals vollständig abgelaufen, d.h. die Sägezahnspannung wieder auf ihr Minimum zurückgesprungen ist, vergleicht die im Oszilloskop eingebaute Triggerelektronik ob die darzustellende Eingangsspannung U_y genauso groß ist wie die Triggerschwelle. Ist dies nicht der Fall, so wird der Elektronenstrahl mit Hilfe des Wehneltzylinders schlagartig ausgeschaltet. Erst wenn die Eingangsspannung die Triggerschwelle wieder erreicht, wird der Elektronenstrahl eingeschaltet und der Sägezahngenerator erneut gestartet, so dass ein neues Bild auf den Oszilloskopschirm geschrieben wird. Die Bilddarstellung beginnt demnach immer an der gleichen Stelle bzw. bei der gleichen Phasenlage des Eingangssignals. Bei einem kontinuier-

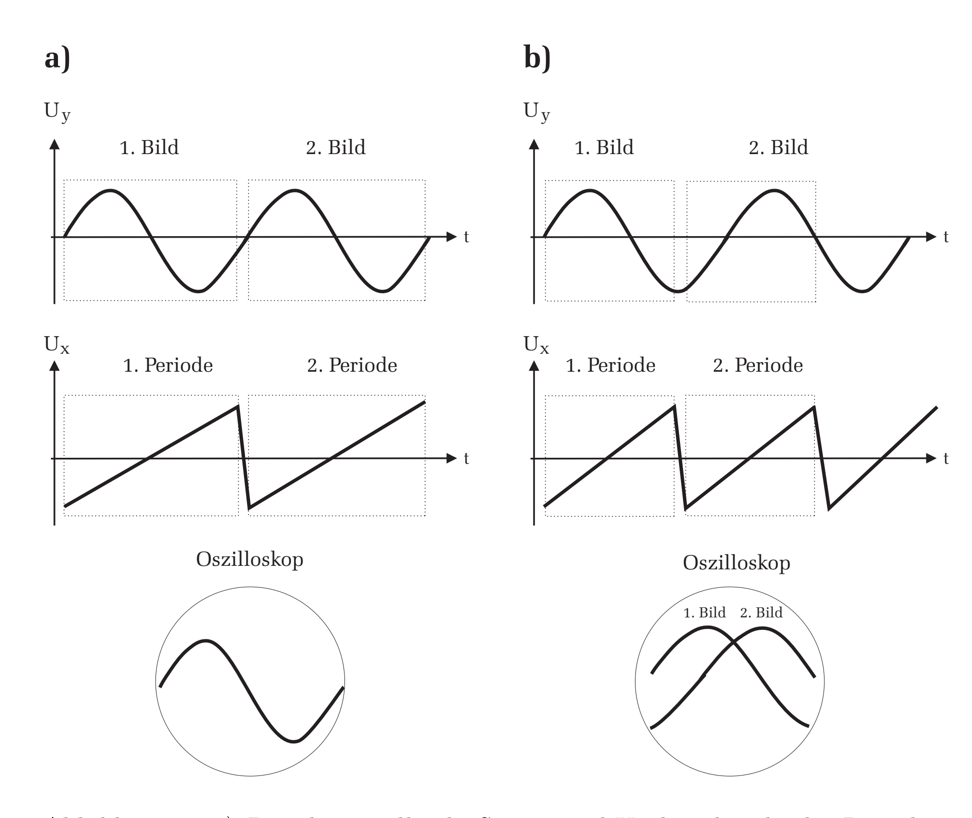


Abbildung 5: *a) Das darzustellende Sinussignal U_y hat die gleiche Periodendauer wie die Sägezahnspannung. Dadurch wird bei jedem Strahlvorlauf der gleiche Signalbereich auf dem Oszillokopschirm dargestellt und es entsteht ein stehendes Bild. b) Die Periode des Sinussignals stimmt nicht mit der Periodendauer des Sägezahns überein. Dies hat zur Folge, dass bei jedem Strahlvorlauf ein anderer Bereich des Sinussignals auf dem Schirm erfasst wird und so kein stehendes Oszilloskopbild möglich ist.*

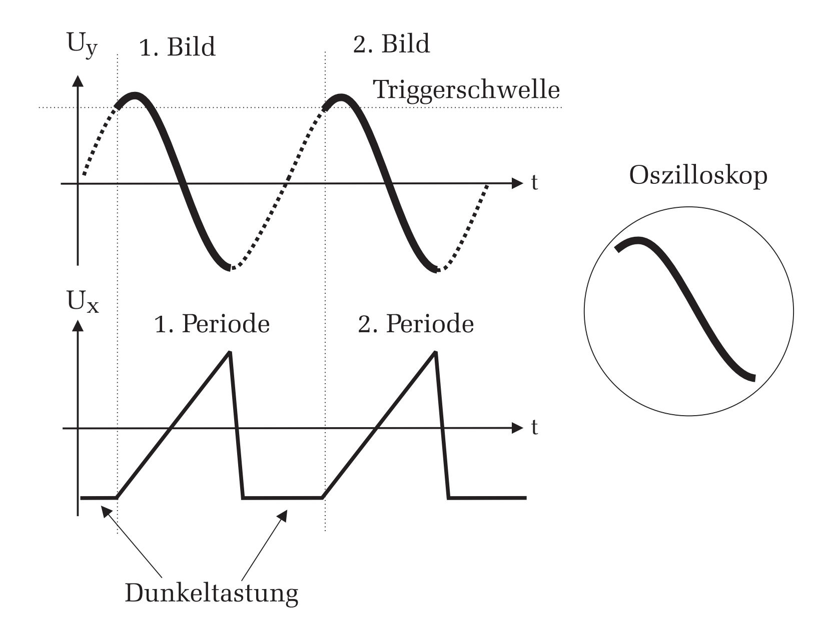


Abbildung 6: *Prinzip der Triggerung: Der Sägezahngenerator wird erst dann gestartet wenn das darzustellende Eingangssignal die Triggerschwelle erreicht. Nach Ablauf einer Sägezahnperiode wird der Elektronenstrahl dunkelgetastet. Erst wenn das Eingangssignal wieder die Triggerschwelle erreicht, wird die nächste Sägezahnperiode gestartet. Durch den Triggerbetrieb erhält man stets ein stehendes Oszilloskopbild.*

lich periodischen Eingangssignal ist somit immer der gleiche Signalauschnitt als stehendes Bild auf dem Oszilloskop zu sehen.

Wenn im Folgenden von „triggern“ gesprochen wird, ist damit das Starten des Sägezahngenerators und somit das Aufzeichnen eines **einzelnen** Oszilloskopbilds gemeint. Das Einsetzen der Triggerung kann an den Einstellreglern des Oszilloskops beeinflusst werden. So kann beispielsweise der Triggerlevel stufenlos eingestellt werden. Desweiteren kann auch die Triggerung zwischen steigender und fallender Flanke umgeschaltet werden. Wird die Einstellung „steigende Flanke“ gewählt, so erfolgt die Triggerung nur dann, wenn das darzustellende Eingangssignal beim Erreichen der Triggerschwelle ansteigt. Wird auf die fallende Flanke getriggert, so erfolgt die Triggerung wenn das Eingangssignal U_y die Triggerschwelle „von oben kommend“ durchläuft. In Abbildung 6 erfolgt die Triggerung beispielsweise auf der steigenden Flanke der Eingangsspannung U_y. Auf die genaue Einstellung der Triggerparameter wird an späterer Stelle noch detailliert eingegangen.

Bedienung des Oszilloskops

Der Leuchtschirm des Oszilloskops besitzt ein Koordinatensystem mit dem Sie die Signale leicht vermessen können. Zusätzlich befindet sich auf dem Bildschirm noch ein quadratisches Gitternetz bestehend aus acht mal zehn Kästchen. Die Breite und Höhe eines Kästchens wird im folgenden als `DIV` bezeichnet (`DIV` ist die englische Abkürzung für „division“ und bedeutet hier die Unterteilung des Koordinatensystems des Bildschirms). Die horizontale und vertikale Achse des Koordinatenkreuzes besitzen zusätzlich noch eine Feineinteilung von 0,2 DIV.

Die Frontplatte des Oszilloskops ist in vier Bereiche gegliedert:

Horizontalablenkung

Die Laufzeit des Elektronenstrahls über die horizontale Bildschirmrichtung- und damit die Dauer der Vorlaufzeit der Sägezahnspannung- kann mit dem Schalter `TIME/DIV` eingestellt werden. Der Schalter besitzt insgesamt 19 fest kalibrierte Schaltpositonen. Die daneben stehenden Einheiten beziehen sich stets auf die Breite eines horizontalen Kästchens des Bildschirms. Die Einstellung 50 μs/DIV bedeutet z.B., dass der Elektronenstrahl 50 μs benötigt um ein Kästchen des Bildschirms in horizontaler Richtung zu durchlaufen. Mit dem hier im Praktikum eingesetzten Oszilloskop kann die horizontale Ablenkzeit

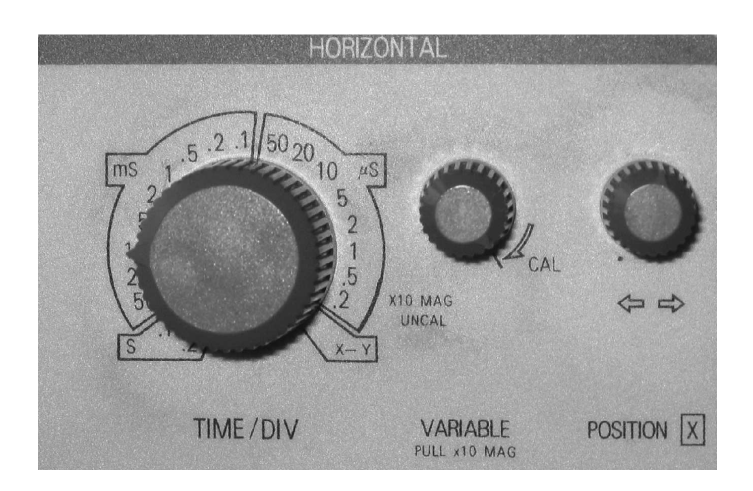


Abbildung 7: *Bedienfeld der Horizontalablenkung.*

im Bereich von 200 ns/DIV bis 200 ms/DIV eingestellt werden. Das sind immerhin sechs Größenordnungen! **Beachten Sie bei Zeitmessungen, dass die Angaben am Regler nur dann geeicht sind, wenn der daneben liegende Einstellknopf auf der Position `CAL` steht (`CAL`=kalibriert)**. Diesen Einstellknopf sollten Sie nur dann verwenden, wenn keine Zeitmessungen durchzuführen sind und Sie das Oszilloskopbild in horizontaler Richtung stauchen oder strecken möchten.
Der Zeitwahlschalter besitzt am rechten Anschlag eine Position mit der Bezeichnung `X-Y`. In dieser Stellung arbeitet das Oszilloskop nicht wie bisher besprochen im yt-Betrieb sondern im xy-Modus. Dieser Betriebsmodus wird weiter unten noch ausführlich diskutiert.
Ganz rechts im Bedienfeld befindet sich zusätzlich noch ein Einstellregler mit dem Sie das Oszilloskopbild in horizontaler Richtung verschieben können (⇐⇒). In Abbildung 7 sind die Bedienelemente für die Zeitablenkung dargestellt.

Vertikalablenkung

Alle Oszilloskope im Praktikum sind für den Zweikanalbetrieb ausgelegt, d.h. sie können gleichzeitig zwei verschiedene Eingangssignale auf dem Leuchtschirm darstellen. Die Frontplatte der Vertikalablenkung ist symmetrisch aufgebaut (Abbildung 8). Die Bedienelemente der linken Seite sind für den Kanal 1 ausgelegt, die der rechten Seite für den Kanal 2.

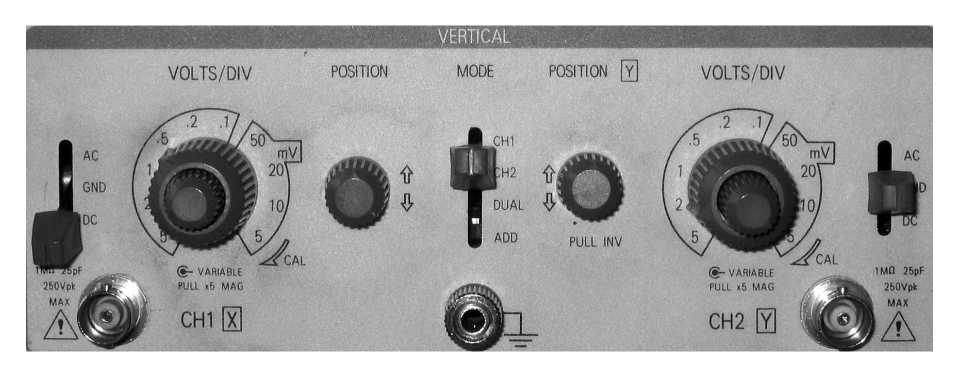


Abbildung 8: *Bedienfeld der Vertikalablenkung.*

Die Eingangssignale werden über BNC- Buchsen an das Oszilloskop angeschlossen. Die Beschriftung neben den Buchsen gibt den Eingangswiderstand, die Eingangskapazität und die maximal erlaubte Eingangsspannung an. Ganz links, bzw. rechts für den zweiten Kanal, befinden sich die Schalter für die Eingangskopplung. Steht der Schalter auf `GND` (`GND`=Ground, Erde), so wird die y-Ablenkung auf Erde gelegt. Der Strahl erfährt dann keine y-Ablenkung. Die `GND`-Einstellung dient zur Eichung der Nulllinie. Mit dem Positionsregler ⇕ können Sie bei dieser Kopplung die Nulllinie so verschieben, dass diese im Ursprung des Koordinatenkreuzes liegt. Dies ist dann wichtig, wenn Gleichspannungen gemessen werden sollen, da in diesem Fall eine exakte Ausrichtung des Nullpunkts erforderlich ist. Möchten Sie beispielsweise wie in Abbildung 9 dargestellt, eine Sinusspannung messen, die einen Gleichspannungsanteil besitzt, so ist dies nur bei der direkten Kopplung `DC` möglich. Bei der `DC`-Kopplung wird das Eingangssignal direkt, ohne weitere Beeinflussung, wie z.B. Filterung, an die y-Ablenkung gelegt. Möchten Sie bei dieser Kopplung quantitative Messungen durchführen, müssen Sie aber zuvor den Nullpunkt mit Hilfe der Kopplung `GND` einstellen. In den meisten Fällen ist man aber nur an den Änderungen eines Signals interessiert, d.h. am Wechselspannungsanteil. Um nur diesen Anteil darzustellen muss der Schalter auf die Position `AC`[1] gelegt werden. Bei dieser Kopplung wird zusätzlich ein Hochpassfilter zugeschaltet, der etwaige Gleich-

[1] AC: alternating current (Wechselsstrom), DC: direct current (Gleichstrom), ACDC: geniale Rockband.

spannungsanteile ausfiltert. Bei der `AC`-Kopplung wird auf dem Oszilloskopschirm dann nur das Sinussignal ohne den Gleichspannungsanteil dargestellt (Abbildung 9 Mitte).

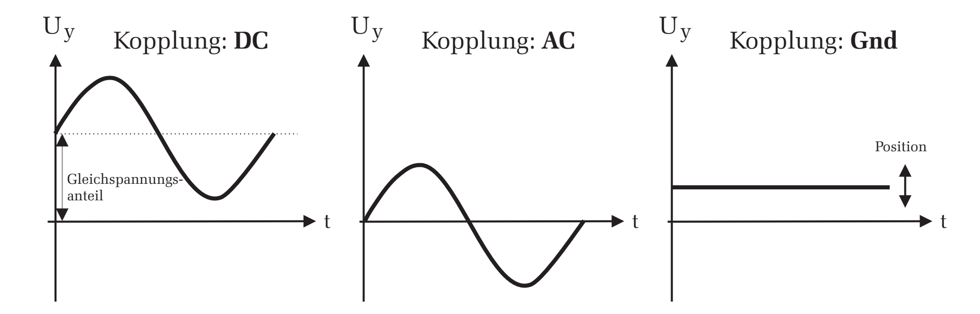


Abbildung 9: *Auswirkungen der verschiedenen Eingangskopplungen. Bei der `DC`-Kopplung wird sowohl der Gleichspannungs- als auch der Wechselspannungsanteil auf dem Schirm angezeigt, während bei der `AC`-Kopplung nur der Wechselspannungsanteil des Eingangssignals dargestellt wird. In der `GND`-Einstellung wird die y-Ablenkung geerdet. Mit dem Positionsregler kann zur Festlegung des Nullpunkts die Nulllinie vertikal verschoben werden.*

Mit dem Oszilloskop sollen Spannungspegel über mehrere Dekaden gemessen werden können. Da zur maximalen Strahlablenkung in y-Richtung aber immer die gleiche Maximalspannung an den y-Ablenkplatten anliegen muss, kann die zu messende Eingangsspannung nicht direkt an die y-Ablenkplatten gelegt werden. Sollen sehr kleine Spannungen dargestellt werden, so müssen diese verstärkt werden, damit der Spannungsverlauf möglichst den gesamten Bildschirm in y-Richtung ausfüllt. Bei der Darstellung von sehr hohen Spannungen müssen diese entsprechend abgeschwächt werden. Zu diesem Zweck ist zwischen der Eingangsbuchse und den y-Ablenkplatten eine interne Elektronik zwischengeschaltet, mit dessen Vorwahlschalter der y-Ablenkkoeffizient eingestellt werden kann. Dieser Vorwahlschalter befindet sich auf der Frontplatte rechts neben dem Schalter für die Eingangskopplung. Bei dem hier verwendeten Oszilloskop kann der Ablenkkoeffizent im Bereich von 5 mV/DIV bis 5 V/DIV in zehn Stufen eingestellt werden. Die Einheit am Schalter bezieht sich, wie bei der Zeitablenkung, auf ein Kästchen des Oszilloskopschirms; diesmal aber in vertikaler Richtung. 50 mV/DIV bedeutet beispielsweise, dass der Elektronenstrahl eine Signaländerung von 50 mV benötigt, um ein Kästchen in vertikaler Richtung zu durchlaufen. Im Zentrum des y-Vorwahlschalters ist ein weiterer Regler eingebaut, mit dem Sie den y-Ablenkkoeffizient stetig, aber ungeeicht verändern können. Überprüfen Sie bei quantitativen Messungen, dass dieser zweite Regler stets auf der Position `CAL` steht. Nur dann sind die Zahlenangaben am Vorwahlschalter geeicht.

In der Mitte der Frontplatte der Verikalablenkung, befindet sich ein weiterer Schalter der Bezeichnung `MODE`, mit dem Sie die Darstellung der beiden Signalspannungen auf dem Oszilloskop einstellen können. Die möglichen Einstellungen sind `CH1`, `CH2` bei den jeweils nur der entsprechende Kanal auf dem Schirm dargestellt wird (Einkanalbetrieb). In der Stellung `DUAL` werden beide Kanäle gleichzeitig angezeigt und in der Stellung `ADD` erscheint die algebraische Summe der beiden Eingangssignale.

Display

Der Bedienbereich der Frontplatte für den Bildschirm enthält den Netzschalter sowie die Einstellregler `FOCUS` und `INTEN`, mit denen die Schärfe und Intensität des Bildes eingestellt werden können. Zusätzlich ist auch noch ein Kalibrierungsanschluss `PROBE ADJUST` für Tastköpfe vorhanden. An diesem Anschluss liegt ein Rechtecksignal mit einer Frequenz von 1 kHz an.

Triggerung

Mit dem Potentiometer `Level` kann die Triggerschwelle stufenlos eingestellt werden. Zusätzlich besitzt das Potentiometer einen eingebauten Schalter mit dem Sie die Triggerflanke wählen können. Bei herausgezogenem Drehknopf wird auf die fallende Flanke getriggert, bei gedrücktem Knopf auf die steigende. Rechts daneben befindet sich der Schalter `MODE` für den Triggermodus. Bei der Stellung `NORM` kann die Triggerung der Zeitablenkung an jeder Stelle der Signalflanke durch Variierung der Triggerschwelle erfolgen (Abbildung 6). Ist der Triggerlevel zu hoch oder zu tief eingestellt, so dass das Eingangssignal diesen Wert nicht erreichen kann, entsteht im Allgemeinen kein stehendes Bild. Die automatische Triggerung (Schalterstellung `AUTO`) hat bei dem hier verwendeten Oszilloskop im Wesentlichen die gleiche Funktion wie die normale Triggerung `NORM`. Der einzige Unterschied bei dem hier verwendeten Oszilloskop liegt darin, dass der Elektronenstrahl nicht dunkelgetastet wird, wenn das Signal außerhalb der Triggerschwelle liegt oder kein Signal angeschlossen ist. Bei besseren Oszilloskopen bewirkt die automatische Triggerung zusätzlich, dass

die Triggerschwelle automatisch eingestellt wird. Der `Level-` Einstellregler wird dann nicht mehr benötigt. Diese beiden internen Triggermethoden werden am häufigsten verwendet. Zusätzlich besitzt das Oszilloskop noch die Triggerungen: `TV-H` und `TV-V`. Bei diesen Schalterstellungen sind Triggerungen mittels Bild- oder Zeilensynchronimpulsen von Monitoren bzw. Fernsehgeräten möglich. Im Praktikum werden diese Einstellungen nicht benötigt.

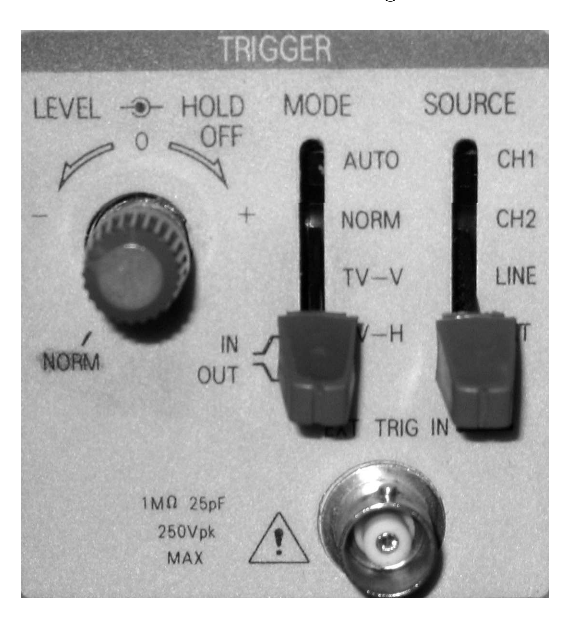


Abbildung 10: *Bedienfeld der Triggerung. Der Schalter* ***SOURCE*** *steht auf der Position* ***EXT*** *und der Schalter* ***MODE*** *auf* ***TV-H****.*

Mit dem Schalter ganz rechts am Trigger- Bedienfeld können Sie die Triggerquelle auswählen (`SOURCE`). Prinzipiell unterscheidet man zwischen interner und externer Triggerung. Die interne Triggerung, bei dem direkt auf das y-Eingangssignal getriggert wird, wurde bereits oben diskutiert. Im Zweikanalbetrieb können Sie am Schalter auswählen, ob auf Kanal 1 (`CH1`) oder Kanal 2 (`CH2`) getriggert werden soll. Im Einkanalbetrieb müssen Sie den Schalter auf den Kanal einstellen, an dem das Eingangssignal angeschlossen ist. Zusätzlich sind noch zwei weitere Triggerquellen möglich. In der Schalterstellung (`LINE`) wird auf die Frequenz des Stromnetzes (in Deutschland 50 Hz) getriggert. Dies wird aber nur selten benötigt und soll hier nicht weiter diskutiert werden. Weitaus wichtiger ist die externe Triggerung. In diesem Modus (Schalterstellung `EXT`) wird der Trigger nicht selbst durch das Eingangssignal U_y ausgelöst, sondern durch ein externes Signal, das an die unter dem Schalter liegende BNC- Buchse angeschlossen wird, ausgelöst.

Das Oszilloskop im xy-Betrieb

Es ist nicht unbedingt notwendig, dass die x-Achse immer die Zeitachse darstellt. Im xy-Modus (Position `X-Y` des Zeitwahlschalters in Abbildung 7) wird ein Spannungssignal U_y als Funktion eines anderen Signals U_x dargestellt. Auf dem Schirm erscheint dann die Leuchtspur des Signals $U_y(U_x)$. Im xy-Modus wird der Sägezahngenerator, der im yt-Betrieb für die Zeitablenkung verantwortlich ist, intern ausgeschaltet und stattdessen das U_x-Signal an die x-Ablenkeinheit gelegt. In y-Richtung folgt der Strahl der Spannung U_y (Anschluss an die BNC-Buchse `CH2`) und in x-Richtung dem Signal U_y (Buchse `CH1`). Der Leuchtschirm stellt somit die senkrechte Überlagerung der beiden Eingangsspannungen dar.

Der xy-Betrieb ist besonders zur Darstellung der Phasenverschiebung zweier Signale geeignet. Bei der senkrechten Überlagerung zweier Sinussignale der gleichen Frequenz entsteht im xy-Modus eine Ellipse[2]. In Abbildung 11 ist das Zustandekommen dieser sogenannten Lissajous- Figur skizziert. Sind die Amplituden gleich groß, so hängt die Form der Lissajous- Figur von der Phasenverschiebung ab. In der Abbildung sind unten links die Lissajous- Figuren für Phasenverschiebungen zwischen 0° und 180° skizziert. Bei verschieden großen Amplituden erhält man statt eines Kreises eine Ellipse. Sind die Frequenzen nicht gleich groß, so entstehen komplexere Formen, die ebenfalls von der Phase abhängen. Außerdem erhält man nur dann ein stehendes Bild, wenn die Frequenzen in einem rationalen Verhältnis stehen. In Abbildung 11 sind die Lissajousfiguren für die Frequenzverhältnisse 2:1, 3:1 und 3:2 eingezeichnet. Das Frequenzverhältnis kann aus den Lissajousfiguren unmittelbar abgelesen werden. Denkt man sich die Figur in ein enganliegendes Rechteck eingebettet, so gibt die Anzahl der Berührpunkte der Lissajous- Figur mit einer horizontalen bzw. einer vertikalen Seite des Rechtecks, das Frequenzverhältnis wieder. Die Berührungspunkte sind in Abbildung 11 unten rechts durch Pfeile angedeutet.

[2] Eine Gerade und ein Kreis sind Spezialfälle einer Ellipse bei denen entweder eine Hauptachse Null ist oder beide Hauptachsen gleich groß sind.

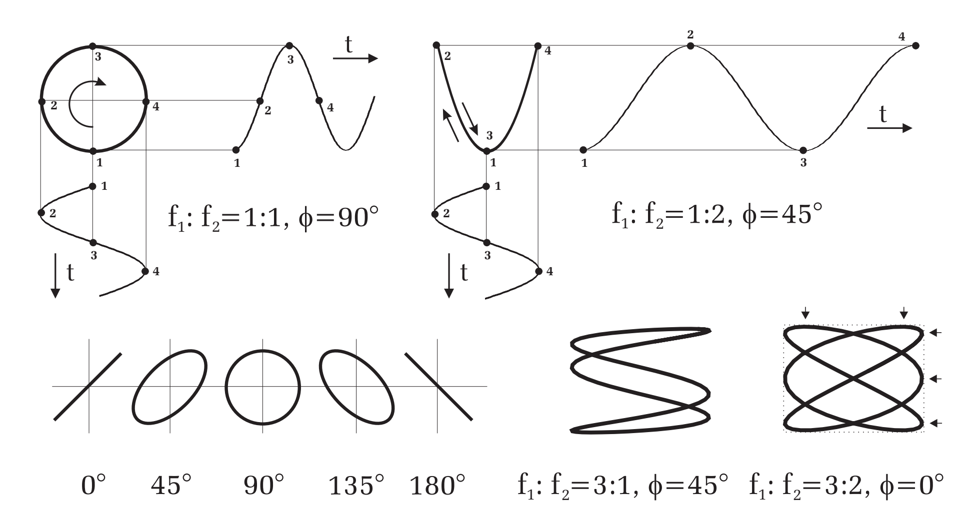


Abbildung 11: *Durch die senkrechte Überlagerung zweier Sinussignale entstehen im xy-Betrieb Lissajous- Figuren. In der linken Bildhälfte sind die Frequenzen der Sinussignale gleich groß. Die Form der Lissajous- Figur hängt dann nur von der Phase und der Amplitude der beiden Signale ab. Bei unterschiedlichen Frequenzen (rechte Bildhälfte) entstehen komplexere Formen und nur dann ein stehendes Bild, wenn die Frequenzen in einem rationalen Verhältnis zueinander stehen. Das Frequenzverhältnis kann dann aus der Anzahl der „Knoten“ in vertikaler und horizontaler Richtung abgelesen werden. Im Beispiel rechts unten sind die Knoten durch Pfeile angedeutet. Das Frequenzverhältnis beträgt hier demnach 3:2.*

VII Durchführung des Versuchs

Wichtige Vorbemerkung: Bitte stellen Sie die Intensität des Elektronenstrahls über einen längeren Zeitraum nicht zu stark ein, da sonst der Leuchtschirm beschädigt werden kann. Die Helligkeit ist so zu wählen, dass das Bild gerade gut zu erkennen ist. Dies gilt vor allem im xy-Betrieb, wenn keine Signalquelle angeschlossen ist.

1. Bedienung des Oszilloskops

Machen Sie sich zunächst mit den Bedienelementen des Oszilloskops vertraut. Schalten Sie das Gerät, ohne Eingangssignal ein und untersuchen Sie die Auswirkungen der Einstellregler `FOCUS` und `INTEN` sowie der Positionsregler für die x- und y-Richtung. Beachten Sie, dass ohne ein Eingangssignal die Nulllinie nur dann auf dem Schirm erscheint, wenn der Trigger `MODE` Schalter auf `AUTO` steht. Schalten Sie zum Vergleich auf die Stellung `Norm` und verändern Sie die Triggerschwelle mit dem Einstellregler `LEVEL`. Es wird keine Linie auf dem Schirm angezeigt.

2. Prinzip der Triggerung

Schließen Sie den Funktionsgenerator an einen der beiden y-Eingänge an. Als Signalform wählen Sie am Funktionsgenerator die Stellung Sinus mit einer Frequenz von ca. 100 Hz. Wenn Sie nun den Trigger richtig eingestellt haben, sollten Sie ein stehendes Bild der Sinusspannung erkennen. Untersuchen Sie die Auswirkungen der Schalter für den vertikalen und horizontalen Ablenkkoeffizienten, `VOLTS/DIV` und `TIME/DIV`, sowie der Positionsregler für die x- und y-Richtung.

Schalten Sie nun die Triggerung ab, in dem Sie z.B. den Schalter Trigger-`SOURCE` auf den Kanal einstellen an dem keine Eingangsspannung anliegt. Für die Zeitablenkung am Oszilloskop wählen Sie 1 ms/DIV und für den Trigger-`MODE AUTO`. Sie werden bei dieser Einstellung in der Regel kein stehendes Bild erkennen. Nur für den Fall, bei dem die Periode des Eingangssignal genau so groß oder ein Vielfaches der Periode der Sägezahnspannung ist, liegt eine Synchronisation vor und das Bild steht still (Abbildung 5). Überprüfen Sie dies, indem Sie die Frequenz am Funktionsgenerator langsam verstellen bis das Bild nicht mehr wandert und **eindeutig** angezeigt wird. Notieren Sie den gefundenen Wert und vergleichen Sie diesen mit der Frequenz der Sägezahnspannung. Warum sind die beiden Werte nicht identisch? Überzeugen Sie sich auch, dass die nächste vernünftige Synchronisation erst bei der doppelten Frequenz des Eingangssignals erfolgt.

Ohne Triggerung erhalten Sie also nur dann ein stehendes Bild, wenn die x-Ablenkung synchron mit der Eingangsspannung erfolgt. Im Triggerbetrieb erhält man aber in der Regel immer ein vernünftiges Bild. **Schalten Sie nun den Trigger wieder ein**, indem Sie jetzt die richtige Triggerquelle wählen. Überzeugen Sie sich, dass auch dann ein stehendes Bild erscheint, wenn keine Synchronisation vorliegt. Dazu verstellen Sie wieder die Frequenz am Funktionsgenerator. Es sollte stets ein stehendes Bild erscheinen. Untersuchen Sie nun die Auswirkungen des Einstellreglers `LEVEL` und des Schalters für die

Triggerflanke. Dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse dieses Abschnitts in Ihr Protokollheft.

3. Amplituden- und Zeitmessung

Verbinden Sie den Ausgang des **Signalgenerators** mit dem Oszilloskop und die Versorgungsspannungsbuchse mit dem Netzteil. Der Signalgenerator erzeugt mehrere Signale mit unterschiedlicher Frequenz und Amplitude. Mit dem Drehschalter können die einzelnen Signale ausgewählt werden. Achten Sie darauf, dass der zusätzliche Umschalter auf der oberen Position (⊓) steht. Nur in der Schalterstellung 5 ist der Umschalter nach unten zu kippen. Messen Sie für jede Schalterstellung die folgenden Größen:

a) Periodendauer bzw. Frequenz.
b) Spitze-Spitze Spannung U_{SS} sowie falls vorhanden den Gleichspannungsanteil.
c) In der letzten Schalterstellung wird ein Signal erzeugt, dass periodisch exponentiell abfällt und danach wieder exponentiell ansteigt. Schalten Sie dazu den Umschalter auf die untere Position. Messen Sie entweder für die abfallende oder ansteigende Flanke, die Zeit die das Signal benötigt bis die halbe Spannung U_{SS} erreicht wird (Halbwertszeit).

Benutzen Sie bei diesen Messungen die unterschiedlichen Eingangskopplungen sowie die x- und y-Positionsregler. Um den Ablesefehler möglichst klein zu halten, müssen die vertikalen und horizontalen Ablenkkoeffizienten, `VOLTS/DIV` und `TIME/DIV`, so eingestellt werden, dass das Signal auf dem Oszilloskop möglichst den gesamten Bildschirm ausfüllt. Überzeugen Sie sich, bevor Sie messen davon, dass alle relevanten Regler auf `CAL` stehen. Der betreuende Assistent wird Ihnen bei den Einstellungen behilflich sein.

4. Zweikanalbetrieb

Stellen Sie am **Funktionsgenerator** ein Sinussignal mit einer Frequenz von ca. 10 kHz und einer Amplitude von ungefähr 1 V_{SS} ein. Die Amplitude sollten Sie mit dem Oszilloskop nachmessen. Schließen Sie nun an den Eingang des Phasenschiebers den Funktionsgenerator an. Die Versorgungsspannungsbuchse ist mit dem Netzteil zu verbinden. Der Phasenschieber liefert an den beiden Ausgangsbuchsen zwei sinusförmige Wechselspannungen mit der gleichen Frequenz wie die Eingangsspannung vom Funktionsgenerator, aber mit einer einstellbaren Phasenverschiebung zwischen 0° und 180°. Zusätzlich kann für jedes Sinussignal auch noch die Amplitude variiert werden. Schließen Sie die Ausgänge des Phasenschiebers an die beiden y-Eingänge des Oszilloskops an und stellen Sie den Darstellungsmodus so ein, dass beide Signale gleichzeitig zu sehen sind. Beobachten Sie zunächst qualitativ was passiert, wenn Sie die Phasenlage sowie die Amplituden der beiden Signale verstellen. Schalten Sie nun auf den xy-Betrieb (Position `X-Y` des Zeitwahlschalters in Abbildung 7) und stellen Sie die Ausgangsspannung am Funktionsgenerator so ein, dass die Ellipse möglich den gesamten Bildschirm ausfüllt. Untersuchen Sie nun wieder qualitativ die Auswirkungen der Einstellregler auf das Oszilloskopbild. Skizzieren Sie Ihre Beobachtungen in das Protokollheft.

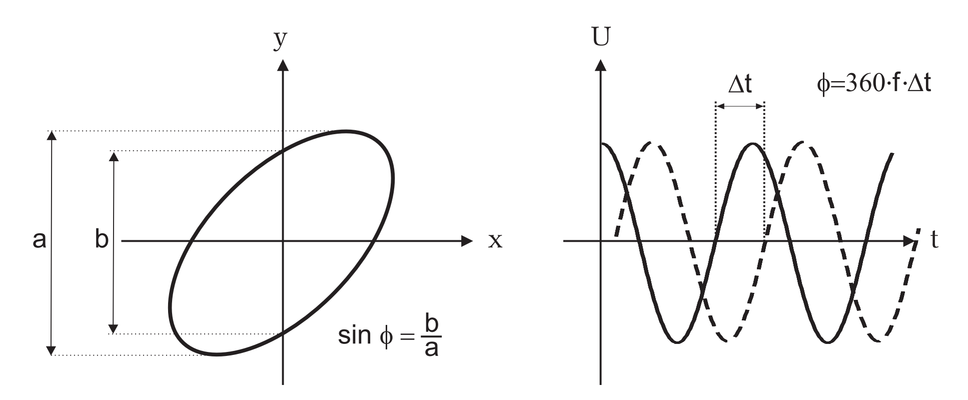


Abbildung 12: *Messung der Phasenverschiebung im xy-Betrieb und yt-Modus. Im xy-Betrieb können Sie die Phase aus den Abständen a und b bestimmen. Im yt-Modus erfolgt die Phasenbestimmung beispielsweise durch Messung des Zeitabstands der Nulldurchgänge.*

Messen Sie nun für zwei verschiedene Einstellungen des Potentiometers für die Phaseneinstellung, die Phasenverschiebung der beiden Signale sowohl im xy- als auch im yt-Betrieb. Die Bestimmung des Phasenwinkels ist in Abbildung 12 erläutert.
Beobachten Sie anschließend die Lissajousfiguren von zwei Sinussignalen unterschiedlicher Frequenz. Benutzen Sie dazu den Funktionsgenerator zusammen mit den zusätzlichen Sinusgenerator (vergessen Sie nicht den Netzschalter auf der Rückseite des Sinusgenerators einzuschalten). Wann erhalten Sie ste-

hende Figuren auf dem Oszilloskop? Skizzieren Sie diese für zwei verschiedene Frequenzwerte in Ihr Protokollheft und notieren Sie die Frequenzwerte.
Schließen Sie den Sinusgenerator an einen Kanal des Oszilloskops an. Der Funktionsgenerator verbleibt am anderen Kanal. Bestimmen Sie die Frequenz des Sinusgenerators, in dem Sie mit Hilfe des Funktionsgenerators, geeignete Lissajousfiguren auf dem Oszilloskop einstellen (siehe dazu Abbildung 11 rechts unten). Zur Überprüfung messen Sie die Frequenz im yt- Betrieb nach.

VIII Auswertung

zu Aufgabe 2:

Fassen Sie Ihre Beobachtungen bezüglich der Synchronisation und der Triggerung zusammen und gehen Sie dabei auf die im Aufgabenteil gestellten Fragen ein.

zu Aufgabe 3:

Fertigen Sie eine Tabelle an, die folgende Spalten besitzt: Skizze der Signalform der Eingangsspannung, Periode, Frequenz, U_{SS}, Maximalspannung, Minimalspannung, Gleichspannungsanteil sowie für die exponentiell abfallende Spannung noch die Halbwertszeit. Tragen Sie für jede Signalform ihre Messwerte und die dazugehörigen Messfehler in die Tabelle ein und berechnen Sie die restlichen Größen.

zu Aufgabe 4:

Berechnen Sie die Phasenverschiebung unter Berücksichtigung der Messfehler für die Messung im xy-Betrieb und yt-Modus. Welche Messmethode ist genauer? Welche Vorteile besitzt die andere Messmethode?
Erläutern Sie Ihr Vorgehen bei der Messung der Frequenz des Sinusgenerators mit Hilfe von Lissajousfiguren. Wie groß ist die Frequenz, die Sie im xy-Betrieb (mit Fehlerangabe) und yt-Modus bestimmt haben. Wovon hängt der Messfehler der Frequenzbestimmung im xy-Betrieb ab?

Versuch 26
Schallgeschwindigkeit



Abbildung 1: *Aufbau des Versuchs Schallgeschwindigkeit Teil I.*

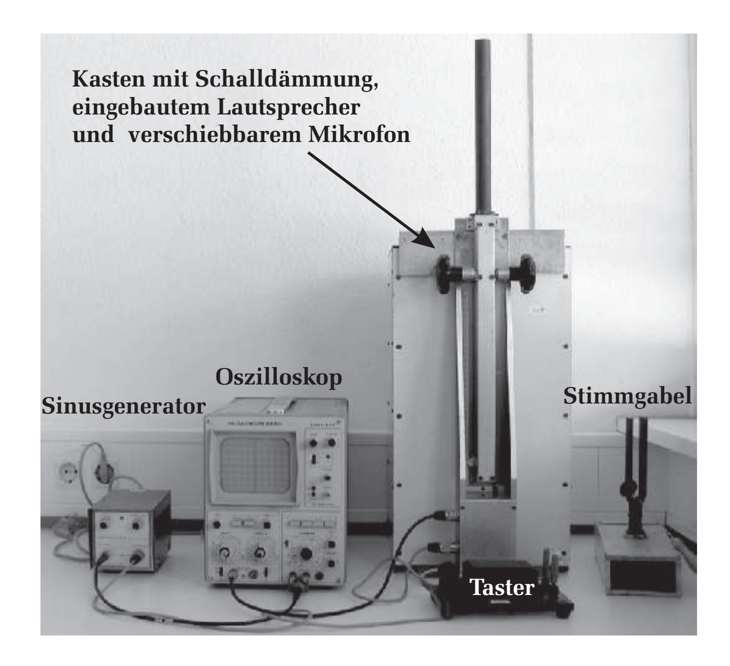


Abbildung 2: *Aufbau des Versuchs Schallgeschwindigkeit Teil II.*

I Messaufbau

Versuchsaufbau I

- Steigrohr mit Stethoskop
- Ausgleichsgefäß für Wasser
- Gummihammer
- Stimmgabel
- Gasflasche mit Kohlendioxid, Reduzierventil, Drucktastenventil und Zuführungsschläuchen für das Gas; Streichhölzer zur Kontrolle

Versuchsaufbau II

- Oszillograph HM 512

- Sinusgenerator mit den Frequenzen 2 kHz, 5 kHz, 10 kHz
- Kasten mit Schalldämmung, darin eingebaut: Lautsprecher und ein verschiebbares Mikrofon

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart,
- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer, Tipler.
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Grundlagen über Wellen (transversale und longitudinale Wellen, stehende und fortschreitende Wellen, Reflexion von Wellen, Schallausbreitung, Quincke'sches Rohr. Desweiteren sind Grundkentnisse in der Bedienung und dem Funktionsprinzip eines Oszilloskops notwendig. Informationen diesbezüglich entnehmen Sie der Versuchsbeschreibung: *Versuch 25, Oszilloskop*, und der angegebenen Literatur.

Verständnisfragen:

1. Was ist Schall? Beschreiben Sie den physikalischen Charakter einer Schallwelle. Warum kann es in Flüssigkeiten und Gasen keine Transversalwellen geben (höchstens an Grenzflächen)? Welchen Frequenzbereich kann der Mensch hören? Was ist die Größenordnung der Wellenlängen?
2. Welche Parameter eines Materials bestimmen die Schallgeschwindigkeit?
3. Warum ist die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten oder Festkörpern größer als in Gasen?
4. Zur Schallgeschwindigkeit in Gasen: Hat die Ausbreitungsgeschwindigkeit etwas mit der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung der Gasatome/Gasmoleküle zu tun?
5. Was ist eine stehende Welle und wie kann man sie erzeugen?
6. Wie hängen Wellenbauch-Wellenknoten und Druckbauch-Druckknoten zusammen? Welche Situation liegt also im Resonanzfall am geschlossenen/offenen Ende vor?
7. Eine andere Möglichkeit die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, ist die Messung der Wellenlänge einer fortlaufenden Schallwelle mittels der Phasenverschiebung zwischen Lautsprecher und Mikrophon. Wieso genügt es hier nicht, allein das Signal des Mikrophons zu beobachten?
8. Wieso kann ich jemanden hinter einem (großen) Baum hören aber nicht sehen? Welche Materialien eignen sich gut für die Schallabsorption (vergleiche Tonstudio)?

IV Aufgabe

- Die Schallgeschwindigkeit in Luft und in Kohlendioxid ist durch Beobachtung stehender Wellen im Quincke'schen Rohr zu bestimmen.
- Die Änderung der Laufzeit einer Schallwelle zwischen dem Lautsprecher und dem Mikrofon wird in Abhängigkeit des Abstandes Mikrofon-Lautsprecher gemessen; diese Messung wird nur für Luft durchgeführt.

V Grundlagen

Die Schallgeschwindigkeit in Gasen kann mit Hilfe stehender Wellen gemessen werden. Dazu benötigt man einen Schallgeber (Stimmgabel) und ein Rohr, an dessen Ende sich ein Reflektor (Wasser) befindet (Quincke'sches Rohr). Die von der Stimmgabel ausgehende Schallwelle trifft auf die Wasseroberfläche und wird an dieser reflektiert. Die reflektierte Welle interferiert mit der einfallenden, so dass es zur Ausbildung einer stehenden Welle kommen kann. Berücksichtigt man, dass die schwingende Luftsäule am Ort des Schallgebers einen Wellenbauch und am Reflektor einen Wellenknoten aufweist, so gilt im Fall der Resonanz für den Abstand h der Luftsäule (Abstand zwischen Sender und Empfänger):

$$h = \frac{2n+1}{4}\lambda, \tag{1}$$

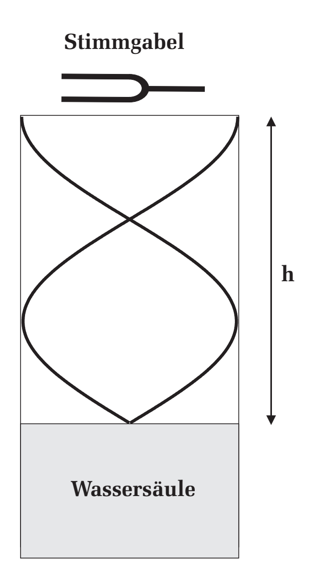


Abbildung 3: *Stehende Welle im Quinckeschen Rohr.*

wobei für $n \in \mathbb{N}$ gilt und λ die Wellenlänge bezeichnet.Die Schallgeschwindigkeit c ist mit λ und der Frequenz ν durch $c = \nu\lambda$ verknüpft. Überlegen Sie sich, dass nur im Resonanzfall die Tonintensität einen erheblichen Wert erreicht und dass nicht etwa beim Heben des Wasserspiegels, Maxima und Minima an der oberen Rohröffnung vorbeiwandern. Die Schärfe der Resonanz hängt von der Dämpfung des Resonators ab (siehe Versuch 13). Durch Variierung der Resonatorlänge h kann so ein ein Lautstärkemaximum eingestellt werden und damit indirekt über die Wellenlänge λ, die Schallgeschwindigkei c bestimmt werden.

Eine weitere Möglichkeit die Schallgeschwindigkeit in Gasen zu bestimmen, ist die Laufzeitmessung einer fortschreitenden Schallwelle. Bei diesem Experiment befindet sich ein Mikrofon in einem einstellbarem Abstand von einem Lautsprecher entfernt. Als Signalquelle für den Lautsprecher wird ein Sinusgenerator verwendet. Das Signal des Sinusgenerators wird gleichzeitig an den Lautsprecher und an ein Oszilloskop angeschlossen. Die Signalzufuhr zum Lautsprecher kann durch einen Taster unterbrochen werden. Der Lautsprecher konvertiert das Signal des Sinusgenerators in eine Schallwelle gleicher Frequenz, die sich mit der zu bestimmenden Schallgeschwindigkeit c ausbreitet. Nach Durchlaufen einer einstellbaren Strecke h gelangt die Schallwelle zu einem Mikrofon wo es in ein proportionales elektrisches Signal umgewandelt wird an den zweiten Kanal des Oszilloskops dargestellt wird. Auf dem Oszilloskop werden nun zwei Signale dargestellt. Kanal 1 zeigt das Signal des Sinusgenerators, das direkt den Lautsprecher ansteuert, Kanal 2 zeigt das um die Schallgeschwindigkeit zeitverzögerte Signal des Mikrofons. Um nun die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, misst man die Phasenverschiebung der Signale. Das vom Sinusgenerator in das Oszilloskop direkt eingespeiste Signal wird nahezu ohne Zeitverzögerung dargestellt. Dagegen benötigt das Signal, das vom Lautsprecher zum Mikrofon läuft, die Zeit

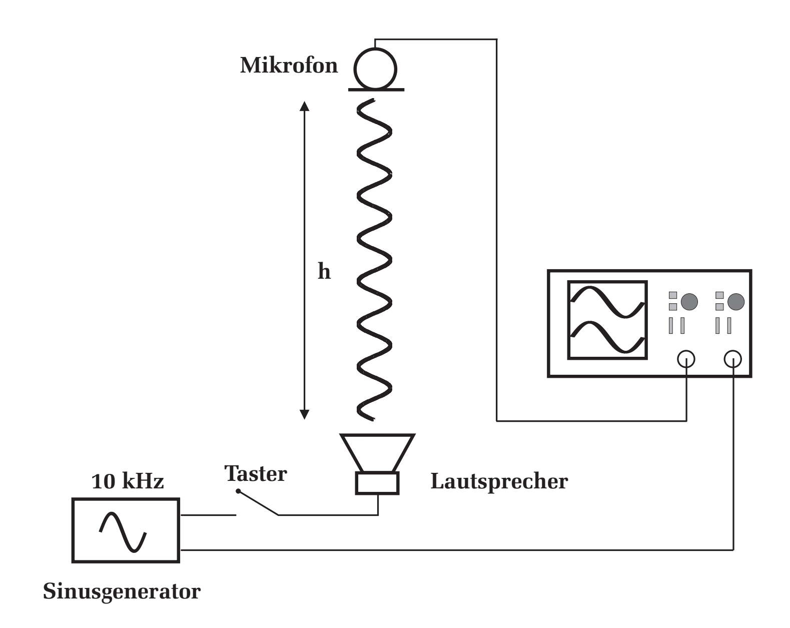


Abbildung 4: *Skizze zum Versuchsaufbau II.*

$$\tau = h/c. \tag{2}$$

Hieraus kann durch Messung der Laufzeit der Schallwelle zwischen Lautsprecher und Mikrofon und durch Messung der Laufstrecke h die Schallgeschwindigkeit mit Hilfe eines Oszilloskops bestimmt werden.

VI Durchführung des Versuchs

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

2. Messung der Schallgeschwindigkeit in Luft und CO_2 mit dem Quincke'schen Rohr

Das Quincke'sche Rohr ist zunächst mit Luft gefüllt. Die Stimmgabel wird angeschlagen und durch Heben und Senken des Wasserspiegels die effektive Länge des Rohres variiert. Bei bestimmten Höhen wird die Resonanzbedingung erfüllt. In diesem Fall ist ein deutlicher Ton zu hören (Lautstärkemaxima). Zur Vermeidung psychologischer Nachwirkungen beim Einstellen blickt derjenige, der die Resonanz aufsucht, nicht auf die Skala; die Ablesung erfolgt durch den Partner. Suchen Sie die Positionen der Lautstärkemaxima auf. Jede Einstellung ist von jedem Partner 5 mal zu wiederholen. Notieren Sie sich die Frequenz der Stimmgabel.

Messen Sie die Schallgeschwindigkeit in CO_2: Drehen Sie den Flüssigkeitsspiegel ganz nach unten und platzieren Sie den CO_2 Einfüllschlauch etwas über der Wasseroberfläche, so dass das spezifisch schwerere CO_2 die Luft aus dem Rohr von unten nach oben verdrängen kann. Durch Betätigung des Drucktastenventil wird die Röhre mit CO_2 befüllt. Es ist wichtig, dass die gesamte Röhre nur mit CO_2 gefüllt ist und kein Luftanteil mehr vorhanden ist. Als Probe kann man ein brennendes Streichholz verwenden, das bei vollständiger Befüllung mit CO_2 sofort erlischt. Falls Sie während der Messung den Wasserspiegel absenken, so müssen Sie die dadurch angesaugte Luft durch erneutes Nachströmenlassen von Gas verdrängen.

Die Bestimmung der Resonanzstellen der schwingenden CO_2-Säule erfolgt wie bei der Messung in Luft. Notieren Sie sich zur Umrechnung der gemessenen Schallgeschwindigkeiten auf Normalbedingungen die Raumtemperatur! Nach Versuchsende das Hauptventil schließen und den Wasserspiegel wieder ganz nach unten absenken!

3. Teil II Bestimmung der Schallgeschwindigkeit durch eine Laufzeitmessung

a) Der Messaufbau befindet sich im Nebenzimmer! Zur Bedienung des Oszilloskops: Die Messung wird mit einer Frequenz von 10 kHz durchgeführt. Die vom Frequenzgenerator erzeugte Wechselspannung wird auf den Lautsprecher und auf Kanal 1 des Oszilloskops (`Trig. Ausg.`-Buchse am Frequenzgenerator) gegeben.

Ein Schwingspulenmikrofon empfängt die Schallwelle und wandelt sie in eine Wechselspannung von 10 kHz um, die auf den y-Eingang des Kanal 2 des Oszilloskops angeschlossen wird.

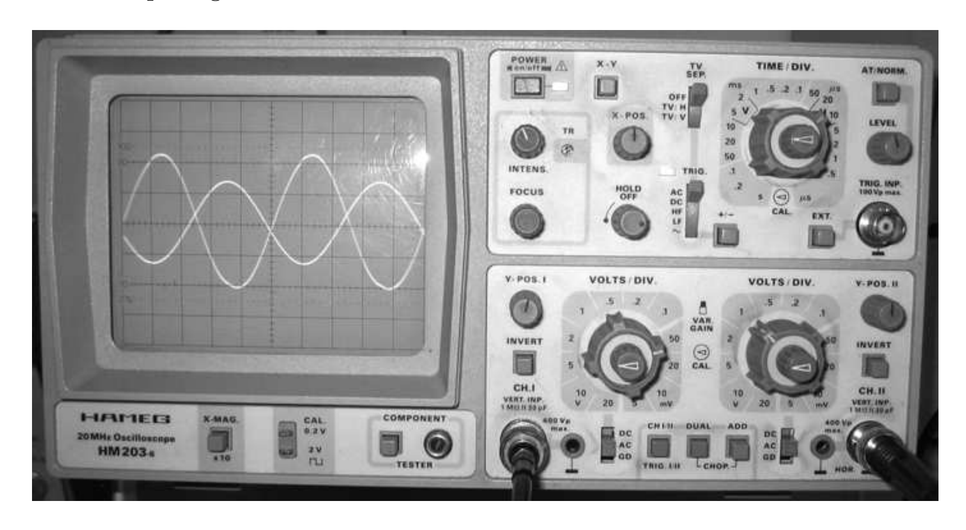


Abbildung 5: *Oszilloskop zur Messung der Phasenverschiebung.*

Überprüfen Sie, ob der innere rote Drehknopf des `TIME / DIV.`-Einstellreglers in der Stellung `CAL.` steht, d.h der Pfeil nach links zeigt. Nur dann sind die Zeitangaben am Einstellknopf kalibriert (Abbildung 5).

Beim Drücken der Tasters sollten auf dem Oszilloskop zwei Sinussignale sichtbar sein. Stellen Sie mit Hilfe des Spannungsbereichsschalters und der Ablenkgeschwindigkeit das Bild der Sinusspannung in der gewünschten Größe ein und legen Sie einen markanten Signalpunkt (z.B. Nulldurchgang) auf irgendeinen Rasterpunkt des Oszillographenschirmes. Vergrößert man den Abstand zwischen Mikrofon und Lautsprecher, so wandert das Signal auf dem Oszilloskop nach rechts: die Phase der am Mikrofon einlaufenden Welle verschiebt sich gegenüber der Phase der am Kanal 1 anliegenden Sinusspannung. Entspricht die Abstandsänderung gerade einer Wellenlänge, so ist das Signal auf dem Schirm entsprechend der um $\tau = \lambda/c$ vergrößerten Laufzeit, um eine Periode verschoben (Phasenverschiebung 360°). Bestimmen Sie zweimal alle Abstände zwischen Mikrofon und Lautsprecher, bei denen das Oszilloskopbild um jeweils eine Periode weitergewandert ist.

b) Bestimmen Sie aus der eingestellten x-Ablenkgeschwindigkeit durch Ablesen der Periodenlänge die Frequenz ν des Frequenzgenerators.

4. Beobachten Sie zum Schluss das Spektrum Ihrer Stimme auf dem Oszilloskop. Dazu Deckel des Kastens öffnen.

5. Falls Sie die Phase genauer messen möchten, lesen Sie die Bemerkung im Anhang.

6. Der Frequenzgenerator liefert auch Sinussignale mit 2 kHz und 5 kHz. Sie können sich damit überzeugen, dass die Schallgeschwindigkeit nicht von der Frequenz abhängt (qualitative Messung).

VII Auswertung

zu 2: Aus den gemessenen Höhen der Luftsäule im Resonanzfall ist die Schallgeschwindigkeit in Luft bzw. Kohlendioxid zu bestimmen; dabei benutzen Sie nur die Höhendifferenzen. Die Schallgeschwindigkeit in Gasen ist durch die folgende Formel wiedergegeben:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} \tag{3}$$

wobei κ den Adiabatenkoeffizienten (für Luft κ=1,40, für CO_2 $\kappa = 1,30$), R die allgemeine Gaskonstante, T die Temperatur des Gases in Kelvin und M die Molekülmasse (Luft: M=29 g/mol, CO_2: M=44 g/mol) bezeichnen.
Zur Umrechnung der gemessenen Schallgeschwindigkeit auf Normalbedingungen benutzen Sie die Gleichung:

$$\frac{c_0}{c} = \sqrt{\frac{T_0}{T}}. \tag{4}$$

Benutzen Sie diese Formel, um die bei Zimmertemperatur gemessenen Werte auf 0°C umzurechnen. Vergleichen Sie weiterhin das Verhältnis der gemessenen Schallgeschwindigkeiten $c_{\mathrm{Luft}}/c_{\mathrm{CO_2}}$ für die beiden Gase mit dem entsprechenden Wert den Sie aus Gleichung (3) gewinnen.

zu 3: Berechnen Sie den Mittelwert von λ und dessen Fehler. Für die Berechnung der Schallgeschwindigkeit gemäß

$$c = \nu\lambda \tag{5}$$

verwenden Sie den sehr viel genaueren Wert von 10 kHz, der am NF-Generator fest eingestellt werden kann. Auch hier wieder c auf Normalbedingungen umrechnen.

VIII Anhang

Beim Aufsuchen der Abstände an denen die Phase gerade um 360° verschoben ist, d.h. das Schirmbild wieder gleich aussieht, werden Sie festgestellt haben, dass dies nicht sehr genau durchzuführen ist. Bei einer Ablenkung von 30 μs/cm ist der Abstand zwischen zwei Nulldurchgängen (d.h. 180°) ca. 17 mm. Ein Ablesefehler von 1 mm entspricht in diesem Fall einem Phasenfehler von $\pm 10°$. Falls man wie hier die Phase zweier Sinussignal gleicher Frequenz vergleichen will, gibt es ein empfindlicheres Verfahren: Man gibt das eine Signal auf die Y-Ablenkplatten und das andere anstelle des Sägezahns auf die X-Ablenkplatten. Dazu müssen Sie das Oszilloskop durch Drücken der Taste `X - Y` in den XY-Modus schalten. Auf dem Schirm entsteht eine sogenannte Lissajous-Figur. Die vertikale und horizontale Größe der Ellipse können Sie mit den beiden Y-Reglern einstellen.
Gehen wir zunächst zur Vereinfachung davon aus, dass die beiden Amplituden gleich groß sind, so hat der Leuchtpunkt in jedem Augenblick die Koordinaten

$$x = a\sin(\omega t) \tag{6}$$
$$y = b\sin(\omega t + \alpha), \tag{7}$$

wobei α den Phasenwinkel zwischen den beiden Signalen beschreibt. Die Figur ist in einem Quadrat der Seitenlänge $2a$ eingeschlossen (Abbildung 6).

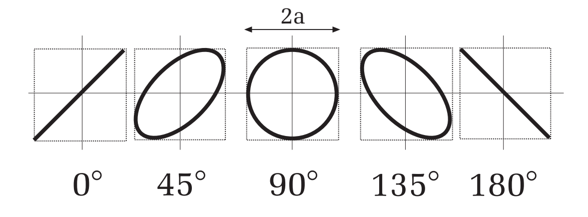


Abbildung 6: *Lissajous- Figuren bei unterschiedlichen Phasenwinkeln.*

Einige Spezialfälle:
$\alpha = 0°, y = x$: der Strahl läuft auf einer Diagonalen des Quadrates hin und her.

$\alpha = 180°, y = -x$: der Strahl läuft auf der orthogonal entgegengesetzten Diagonalen.

$\alpha = 90°(-90°), y = x$: der Strahl beschreibt eine rechts- oder linkslaufende Kreisbahn.

Im allgemeinen Fall handelt es sich um in einem Quadrat einbeschriebene Ellipsen, deren Hauptachsen in Richtung der Diagonalen sind. Für 2a=4 cm und α=10° ergibt sich für die kleine Hauptachse 0,3 cm, d.h. die Ellipse ist ca. 0,5 cm breit, was man bequem von einem Strich unterscheiden kann! Ist die X-Amplitude nicht gleich der Y-Amplitude, so muss man an Stelle des Quadrates ein Rechteck annehmen.

Versuch 31
Optische Abbildung

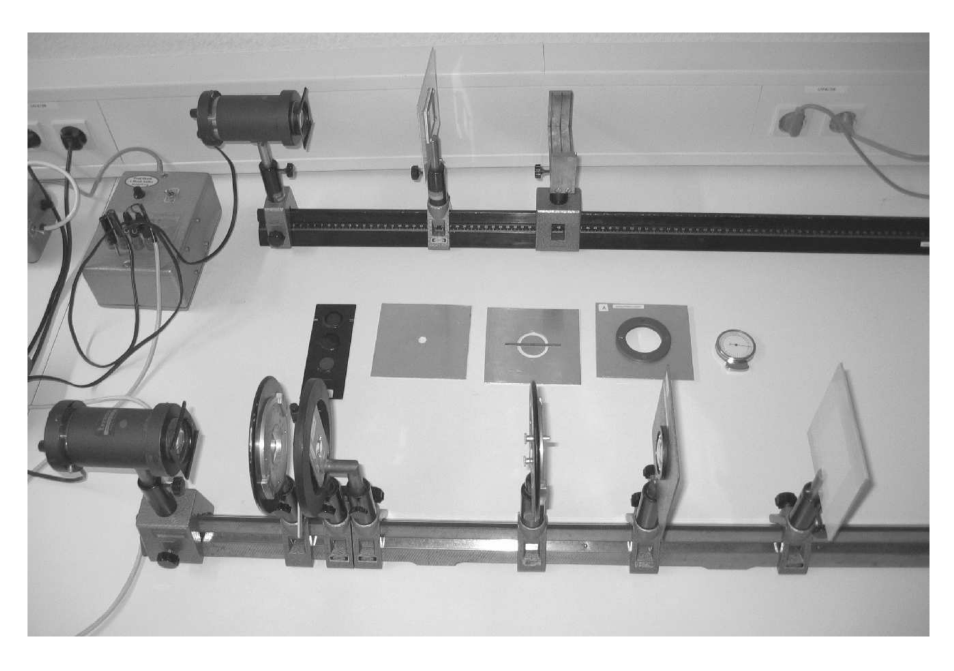


Abbildung 1: *Aufbau des Versuchs Optische Abbildung.*

I Messaufbau

- Optische Schiene
- Lampe mit Kondensor und verschiebbaren Farbfiltern
- 2 bikonvex Linsen, 1 Achromat- Linse
- Loch- und Ringblende
- Fassung zur Aufnahme der Linsen und Blenden
- Schirm
- Dias mit Teststrukturen sowie ein Kreuzgitter
- verstellbarer Messspalt (Spaltbreite ist in mm geeicht)
- Zwischenbild mit mm-Einteilung

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart,
- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer,
- W. Demtröder *Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik, Springer-Verlag.*
- *Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).*

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Abbildung durch Linsen, Linsenfehler (speziell sphärische und chromatische Aberration), Snelliussches Brechungsgesetz, Dispersion, graphische Konstruktion der optischen Abbildung, Mikroskop: Strahlengang und Auflösungsvermögen, Beugung am Spalt, Abbildungsmaßstab und Vergrößerung.
Verständnisfragen:

1. Konstruieren Sie die Abbildung eines Objekts durch eine Sammel- und eine Streulinse.
2. Was ist der Unterschied zwischen den Begriffen Abbildungsmaßstab und Vergrößerung?
3. Was ist die physikalische Ursache für die chromatische- und sphärische Aberration?
4. Wie funktioniert die Entspiegelung einer Linse?
5. Wie groß ist das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges? Wodurch wird es limitiert? Wie können kleinere Gegenstände betrachtet werden?

6. Aus welchen optischen Elementen besteht ein Mikroskop?
7. Was ist die Aufgabe des Objektivs, was die Aufgabe des Okulars? Was ist das Messprinzip des Mikroskops?
8. Wie ist die Auflösung definiert?
9. Welche Vergrößerung kann man mit einem professionellen Mikroskop erreichen?
10. Auf einem Mikroskopobjektiv sind folgende Werte abgedruckt: Vergrößerung=40, Tubuslänge=160, NA=0,65. Wie groß ist die Brennweite des Objektivs und wie hoch ist das Auflösungsvermögen wenn mit grünem Licht beleuchtet wird?
11. Qualitativ: Was ist ein Elektronenmikroskop und warum erreicht man damit eine so viel höhere Auflösung als mit einem optischen Mikroskop?

IV Aufgabe

- Durch variieren der Bild- und Gegenstandsweite sollen die Eigenschaften der optischen Abbildung untersucht werden (Abbildunsmaßstab, virtuelles und reelles Bild, etc.)
- Es ist die Brennweite einer Sammellinse zu messen. Die chromatische Aberration ist experimentell zu untersuchen und der Einfluss der sphärischen Aberration ist qualitativ zu beobachten.
- Bauen Sie ein Mikroskop auf einer optischen Bank auf. Messen Sie a) die Gitterkonstanten der beiden Strichgitter, b) das Auflösungsvermögen des Objektivs in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel des Objektivs (quantitativ) und der Wellenlänge (qualitativ).

V Grundlagen

Reele und virtuelle Bilder

Bei einer optischen Abbildung werden die von einem Objektpunkt ausgehende Lichtbündel nach Durchgang durch ein optisches System (Linsen, Spiegel, Auge, „Lochkamera“) in einem Punkt, dem Bildpunkt, wieder vereinigt. Ein einfaches Beispiel für ein abbildendes optisches System ist der Planspiegel (Abbildung 2). Die von einem Objektpunkt ausgehenden Lichtbündel werden am Spiegel nach dem Reflexionsgesetz in den unteren Halbraum divergent reflektiert. Dadurch scheinen für einen Beobachter alle Lichtbündel aus einem Punkt hinter dem Spiegel zu kommen, obwohl die reflektierten Lichtbündel diesen Bildpunkt überhaupt nicht erreichen. Das Spiegelbild wird daher auch als virtuelles Bild bezeichnet. Allgemein entsteht ein virtuelles Bild im Schnittpunkt der rückwärtigen Verlängerung divergenter Lichtbündel. Solche Bilder lassen sich nicht mit einem Schirm (Mattscheibe) auffangen.
Im Gegensatz zum Planspiegel erzeugt ein sphärischer Spiegel ein reelles Bild. Das Abbildungsprinzip beruht auch hier allein auf dem Reflexionsgesetz. Allerdings bedingt die Krümmung der Spiegeloberfläche, dass die Lichtbündel nicht divergieren sondern sich im Bildpunkt schneiden. Allgemein entsteht ein reelles Bild im Schnittpunkt von Lichtbündeln, die vom gleichen Objektpunkt ausgehen und lassen sich mit einem Schirm auffangen.

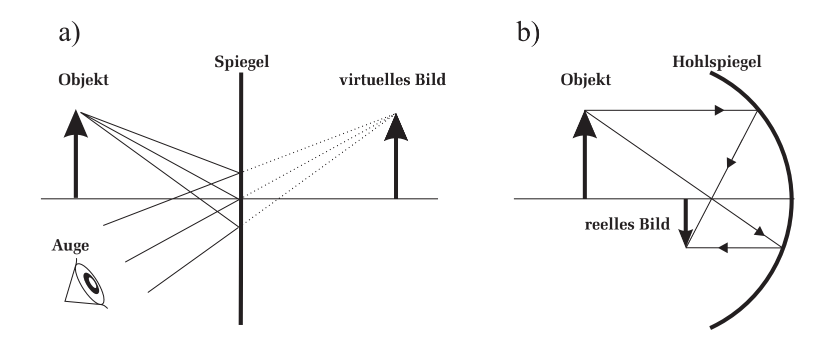


Abbildung 2: *a) Virtuelles Bild eines Planspiegels. b) Reelles Bild eines Hohlspiegels.*

Brechung an sphärischen Flächen

Treffen **parallel** zur optischen Achse verlaufende Lichtbündel auf eine transparente, kugelförmige Fläche, die das Medium 2 begrenzt, so werden alle Lichtbündel in einem Punkt auf der optischen Achse gebrochen (Abbildung 3 links). Der Schnittpunkt dieser Teilbündel wird als Brennpunkt F bezeichnet. Der Abstand zwischen dem Brennpunkt und der Kugeloberfläche entlang

der optischen Achse, heißt Brennweite f. Mit Hilfe einfacher geometrischen Überlegungen und unter Berücksichtigung des Brechungsgesetz folgt für die Brennweite:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \frac{1}{r}, \tag{1}$$

wobei n_i die Brechungsindizees der beiden Medien darstellt und r der Radius der Kugelkrümmung ist. Diese Gleichung gilt allerdings nur für kleine Einfallswinkel bzw. nur für Lichtbündel die in einem geringen Abstand h zur optischen Achse auf die Linse treffen. In der Literatur wird diese Näherung auch als paraxiale oder als Gaußsche Näherung bezeichnet.

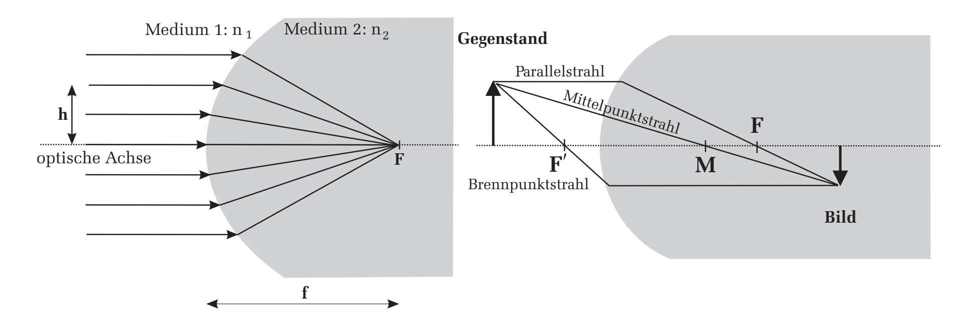


Abbildung 3: *Links: Brechung von parallelen Lichtbündeln an einer sphärischen Fläche. Rechts: Abbildung eines Gegenstandes durch ein Kugelsegment.*

Bereits mit einer einzigen sphärischen Grenzfläche lässt sich ein Gegenstand abbilden (Bild 3 rechts). Um das Bild des Gegenstandes geometrisch zu konstruieren, bedarf es lediglich zwei Strahlenbündel[1], die von einem Gegenstandspunkt ausgehen. Besonders einfach ist die Bildkonstruktion, wenn man spezielle Lichtbündel einzeichnet, nämlich einen der gegenstandsseitig parallel zur optischen Achse verläuft und einen der durch den Mittelpunkt M der Kugeloberfläche geht. Mittelpunktsstrahlen fallen senkrecht auf die Kugeloberfläche und werden daher nicht gebrochen. Parallelstrahlen werden so gebrochen, dass sie zu Brennpunktstrahlen werden (siehe Abbildung 3 links). Der Schnittpunkt dieser beiden Strahlen entspricht dem abgebildeten Bildpunkt. Zur Konsistenzprüfung kann zusätzlich noch ein dritter Strahl eingezeichnet werden: Aus der Umkehrbarkeit des Lichtweges folgt, dass ein Strahl der im Medium 2 parallel zur optischen Achse läuft, im Medium 1 die optische Achse im gegenstandsseitigen Brennpunkt F' schneidet. Von der Gegenstandsseite aus gesehen bedeutet dies, dass ein Brennpunktstrahl zu einem bildseitigen Parallelstrahl wird.
Zusammenfassend sind bei der geometrischen Abbildung eines Gegenstandspunktes, folgende drei Regeln zu beachten:

1. Mittelpunktstrahlen werden nicht abgelenkt
2. Parallelstrahlen werden zu Brennpunktstrahlen
3. Brennpunktstrahlen werden zu Parallelstrahlen

Linsen

Linsen, speziell sphärische Linsen, bestehen aus einem transparenten Material mit dem Brechungsindex n und sind durch eine kugelförmige Fläche begrenzt. Trifft ein Lichtbündel auf die Linse ist zu berücksichtigen, dass der Strahl insgesamt zweimal an den Grenzflächen mit den Radien r_1, r_2 gebrochen wird. Für dünne Linsen, bei denen die Dicke klein gegenüber der Krümmungsradien ist, ergibt sich für die Brennweite

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right). \tag{2}$$

Die Brennweite hängt also nur vom Brechungsindex und von den Radien der Grenzflächen ab. Je nach Vorzeichen und Kombination der Grenzflächen definiert man verschiedene Linsentypen. Eine Zusammenfassung kann Abbildung 4 entnommen werden.
Bei der geometrischen Konstruktion der Abbildung durch eine dünne Linse, gelten die gleichen Merksätze wie bei der Brechung an einer einzelnen sphärischen Fläche: **Mittelpunktstrahlen werden nicht abgelenkt, gegenstandseitige Parallelstrahlen werden zu bildseitigen Brennpunktstahlen und gegenstandseitige Brennpunktstrahlen werden zu bildseitigen Parallelstrahlen.** Die Brechung erfolgt dabei an der Mittelebene der Linse (Abbildung 5). Es soll nochmals betont werden, dass dies nur für dünne Linsen gilt. Im allgemeinen Fall hat eine Linse zwei sogenannte Hauptebenen, an denen die Brechungen erfolgen. Nur für dünne Linsen fallen diese Hauptebenen zusammen.
Bei der optischen Abbildung mit einer Linse sind die Größen Bildweite b, Gegenstandsweite g und Brennweite f durch die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \tag{3}$$

[1] Der Begriff Strahlenbündel und Strahl wird in diesem Text synonym verwendet.

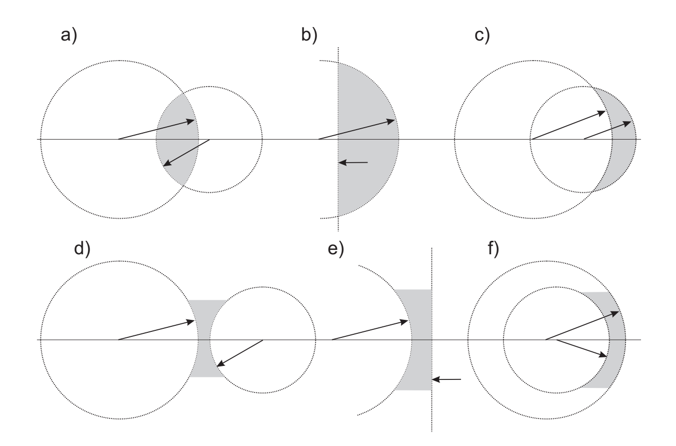


Abbildung 4: *Klassifizierung von Linsen: a) bikonvex b) plankonvex c) positiver Meniskus d) bikonkav e) plankonkav f) negativer Meniskus.*

miteinander verknüpft. Bildweite und Gegenstandsweite stehen im direkten Zusammenhang mit der Gegenstandsgröße G und der Bildgröße B. Man definiert den Abbildungsmaßstab β durch:

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}, \tag{4}$$

der sich mit Gleichung (3) schreiben lässt als

$$\frac{1}{\beta} = \frac{g}{f} - 1 \quad \text{oder} \quad \beta = \frac{b}{f} - 1. \tag{5}$$

Messung der Brennweite einer Linse

Die Bestimmung der Brennweite einer Linse kann prinzipiell durch Messung der Gegenstands- und Bildweite unter Anwendung der Abbildungsgleichung (3) erfolgen. Allerdings ist diese Methode in der Regel mit größeren Fehlern behaftet, da die Abstände absolut gemessen werden. Dies setzt voraus, dass die Linse gut zentriert in die Fassung montiert sein muss. Für reale, „dicke“Linsen kommt hinzu, dass sich die Abstände g und b nicht auf die Mittelebene sondern

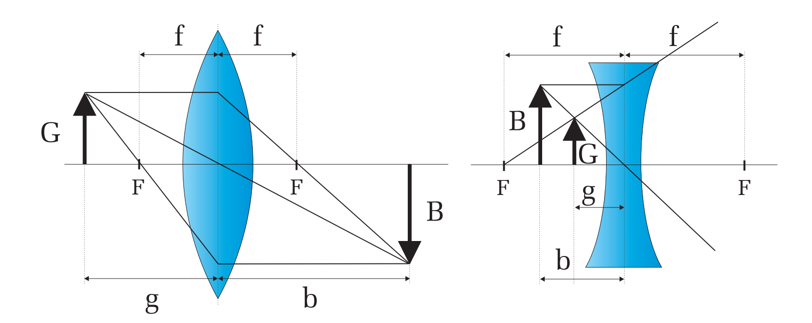


Abbildung 5: *Optische Abbildung durch eine dünne bikonvex Linse und eine bikonkav Linse.*

auf die Hauptebenen beziehen, deren genaue Lage im allgemeinen unbekannt ist.
Diese Nachteile treten bei der sogenannten *Bessel-Methode* nicht auf. Bei diesem Verfahren (Abbildung 6) wird ausgenutzt, dass es bei einem konstanten Abstand $L > 4f$ zwischen Bild und Gegenstand zwei Linsenstellungen gibt, die zu einer scharfen Abbildung führen. Bei einer Stellung findet eine Vergrößerung, bei der anderen eine Verkleinerung statt. Ist d der Abstand zwischen diesen beiden Stellungen, der über eine Differenzmessung recht genau ermittelt werden kann, so gilt für die Brennweite:

$$f = \frac{L^2 - d^2}{4L} \tag{6}$$

Die Genauigkeit des Besselverfahrens reicht aus, um bestimmte Abbildungsfehler (Linsenfehler) zu untersuchen. Bei sphärischen Linsen gilt Gleichung (3) nur für achsennahe Strahlen. Lichtbündel, die auf weiter außen von der optischen Achse gelegenen Zonen der Linse treffen, werden nicht mehr in den gleichen Punkt fokussiert und haben daher eine etwas andere Brennweite als das Linsenzentrum. Dieser Linsenfehler wird als sphärische Aberration bezeichnet. Es gibt mehrere Methoden die sphärische Aberration einer Linse zu minimieren. Am einfachsten gelingt dies durch Abblenden d.h. mit Hilfe einer Lochblende werden nur achsennahe Lichtbündel zur Abbildung zugelassen. Allerdings geht dies auf Kosten der Lichtstärke die proportional zur Fläche der Linse ist. Je kleiner der Blendendurchmesser, desto schärfer ist zwar das Bild aber auch umso dunkler. Eine andere Methode ist die Verwendung von asphärischen Linsen.

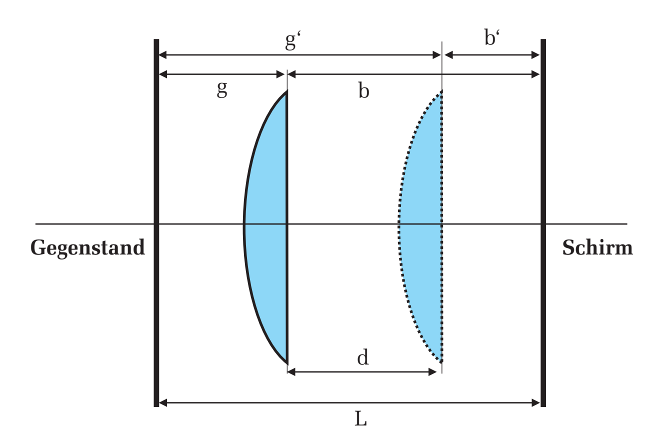


Abbildung 6: *Prinzip des Bessel- Verfahren zur Brennweitenbestimmung.*

Solche Linsen sind so geschliffen, dass auch achsenferne Strahlen in den selben Punkt fokussiert werden wie Achsennahe. Die Herstellung dieser Linsen ist allerdings sehr aufwendig, so dass diese vorwiegend nur in teuren Spezialoptiken eingesetzt werden.

Ein weiterer Linsenfehler ist die chromatische Aberration. Bei der Abbildung eines Gegenstandes der mit weißem Licht beleuchtet wird, treten im Bild Farbsäume auf. Diese beruhen auf der Dispersion des Linsenmaterials. Nach Gleichung (2) geht in die Brennweite der Brechungsindex n ein, der wiederum von der Wellenlänge abhängt. Im Fall der normalen Dispersion hat blaues Licht beispielsweise einen größeren Brechungsindex als rotes und wird daher stärker gebrochen. Somit ist die Brennweite für kurzwelliges Licht kleiner als für Licht mit einer größeren Wellenlänge.

Da achsenferne Lichtbündel am meisten zur Aberration beitragen, lässt sich der Farbfehler ebenfalls durch Abblenden reduzieren. Eine bessere Methode ist die Verwendung von sogenannten Achromaten. Dabei handelt es sich um Linsensysteme mit unterschiedlicher Dispersion und Brechkraft, die den Farbfehler für zwei Wellenlängen vollständig ausgleichen können.

Vergrößerung des Sehwinkels: Lupe und Mikroskop

Wenn Sie einen kleinen Gegenstand möglichst groß sehen möchten, so verringern Sie den Abstand zwischen Ihrem Auge und dem Gegenstand, in dem Sie beispielsweise den Gegenstand näher an Ihr Auge heranführen. Dadurch wird das Bild auf der Netzhaut größer dargestellt und Sie können feinere Details erkennen. Aus dem linken Teilbild in Abbildung 7 ist zu erkennen, dass das Bild auf der Netzhaut um so größer ist je geringer der Abstand zum Gegenstand ist oder um so größer der Sehwinkel α ist. Allerdings können Sie den Gegenstand nicht beliebig nah an das Auge heranführen, da die Ziliarmuskulatur des Auges den Krümmungsradius der Linse nur bedingt variieren kann (Akkomodation). Unterhalb einer bestimmten Enfernung kann der Gegenstand nicht mehr auf die Netzhaut fokusiert werden und der Gegenstand erscheint verschwommen. Der kleinste Abstand auf dem ein gesundes Auge über einen längeren Zeitraum ermüdungsfrei akkomodieren kann, heißt deutliche Sehweite s_0. Der Wert von s_0 ist auf 25 cm festgelegt. Überprüfen Sie doch mal die deutliche Sehweite bei Ihnen selbst, in dem Sie z.B. diese Anleitung an Ihr Auge heranführen und den Abstand messen, bei dem Sie auch über einen längeren Zeitraum den Text ohne Anstrengung lesen können.

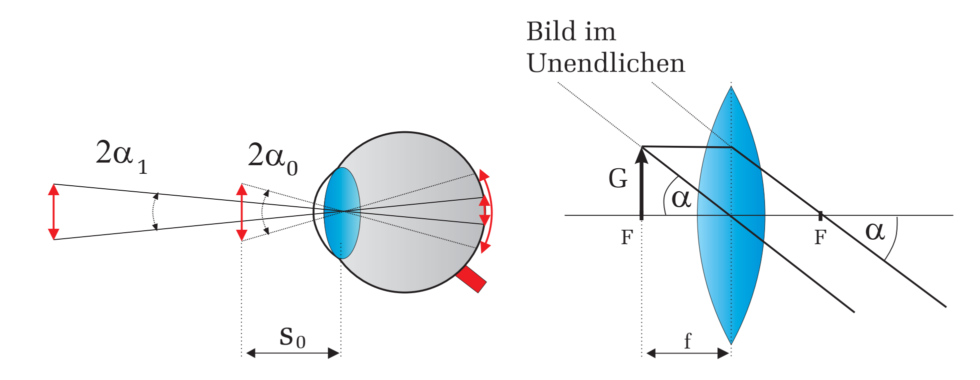


Abbildung 7: *Links: Je größer der Sehwinkel α desto größer ist das Bild auf der Netzhaut. Für Abstände kleiner als die deutliche Sehweite $s_0 \doteq 25$ cm kann das Bild in der Regel nicht mehr scharf auf die Netzhaut abgebildet werden. Rechts: Wirkungsweise einer Lupe.*

Sollen noch feinere Details eines Objekts erkannt werden, so benötigt man optische Instrumente, die den Sehwinkel und damit die Bildgröße auf der Netzhaut vergrößern. Das einfachste Instrument ist die Lupe. Eine Lupe besteht lediglich aus einer einfachen bikonvex Linse mittlerer Brennweite. Ist bei der Abbildung die Gegenstandsweite kleiner oder gleich der Brennweite so erfolgt

eine Vergrößerung des Sehwinkels. In Abbildung 7 rechts liegt der Gegenstand z.B. genau in der Brennebene der Linse. In diesem Fall ist das Auge völlig entspannt und somit auf Unendlich akkomodiert. Für den Sehwinkel α_L, wobei der Index L für Lupe steht, ergibt sich:

$$\tan \alpha_L = \frac{G}{f}. \tag{7}$$

Ohne Lupe, bei dem sich der Gegenstand in der deutlichen Sehweite s_0=25 cm befindet, erhält man dagegen für den Sehwinkel α_0:

$$\tan \alpha_0 = \frac{G}{s_0}. \tag{8}$$

Definiert man als Vergrößerung V das Verhältnis der Sehwinkel mit Lupe (bzw. allgemein mit einem zusätzlichen optischen Instrument) und ohne Lupe (allgemein ohne optisches Instrument) in der deutlichen Sehweite, so ergibt sich für die Vergrößerung V:

$$V_{Lupe} = \frac{\tan \alpha_L}{\tan \alpha_0} = \frac{G/f}{G/s_0} = \frac{s_0}{f}. \tag{9}$$

Wenn im Folgenden von Vergrößerung gesprochen wird, ist grundsätzlich die Vergrößerung des Sehwinkels gemeint!
Typische Werte für die Brennweite einer Lupe liegen zwischen 25 mm und 50 mm. Werte unter 25 mm können nicht realisiert werden, da dann die Abbildungsfehler zu groß werden. Somit kann mit einer gewöhnlichen Lupe maximal eine 10-fache Vergrößerung erreicht werden.
Weitaus größere Vergrößerungen lassen sich mit einem Mikroskop erreichen. Ein Mikroskop besteht im wesentlichen aus zwei Linsen, dem Objektiv und dem Okular, die die Abbildung und Vergrößerung bewirken. Der Strahlengang ist in Abbildung 8 dargestellt.
Der zu beobachtende Gegenstand G befindet sich in der Gegenstandsweite g etwas außerhalb der Brennweite des Objektivs. Mit dem Objektiv wird dieser Gegenstand in die Bildebene abgebildet. Es entsteht ein reelles, umgekehrtes Bild B, das im Folgenden als Zwischenbild bezeichnet wird. Mit dem Okular wird dieses Zwischenbild als Lupe betrachtet, d.h das Zwischenbild befindet sich genau in der Brennweite der Okularlinse, so dass das Auge auf Unendlich akkomodiert.
Um die Vergrößerung des Mikroskops zu bestimmen, muss wieder der Sehwinkel mit und ohne Mikroskop bestimmt werden. Für den Sehwinkel mit Mikroskop

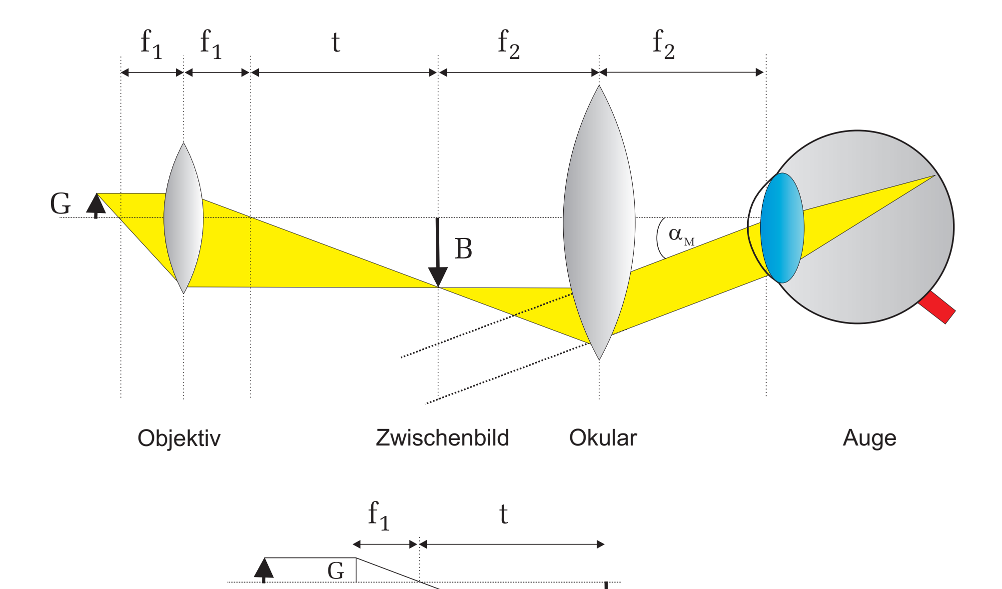


Abbildung 8: *Strahlengang eines Mikroskops. Die untere Skizze dient zur Berechnung der Mikroskopvergrößerung.*

ergibt sich aus Abbildung 8:

$$\tan \alpha_M = \frac{B}{f_2}, \tag{10}$$

wobei B die Bildgröße des Zwischenbilds und f_2 die Okularbrennweite darstellt. Aus dem unteren Teilbild in Bild 8 kann zusätzlich abgelesen werden, dass sich $G : f_1$ genauso verhält wie $B : t$:

$$\frac{G}{f_1} = \frac{B}{t}. \tag{11}$$

Die Größe t wird als Tubuslänge bezeichnet und gibt den Abstand zwischen gegenstandsseitigen Objektivbrennpunkt und bildseitigen Okularbrennpunkt an. Setzt man Gleichung (11) in (10) ein, so ergibt sich für den Sehwinkel:

$$\tan \alpha_M = \frac{Gt}{f_1 f_2} \tag{12}$$

und für die Vergrößerung

$$V_M = \frac{\tan \alpha_M}{\tan \alpha_0} = \frac{Gt}{f_1 f_2} \Big/ \frac{G}{s_0} = \frac{s_0}{f} = \frac{s_0 t}{f_1 f_2}. \tag{13}$$

Definiert man nun die Objektivvergrößerung durch

$$v_1 = \frac{t}{f_1} \tag{14}$$

und schreibt für die Okularvergrößerung nach Gleichung (9)

$$v_2 = \frac{s_o}{f_2}, \tag{15}$$

so ist die Gesamtvergrößerung das Produkt dieser beiden Einzelvergrößerungen:

$$V_M = v_1 v_2 = \frac{t}{f_1} \frac{s_o}{f_2}. \tag{16}$$

Offenbar könnte man meinen, dass die Gesamtvergrößerung beliebig erhöht werden kann, indem man die Brennweiten der Linsen sehr klein und die Tubuslänge des Mikroskops sehr groß wählt. In der Realität ist aber die nutzbare Vergrößerung aufgrund der Wellennatur des Lichtes, durch die Beugung begrenzt. Die Beugung ist eine spezielle Interferenzerscheinung von Wellen an geometrischen Hindernissen (Spalt, Lochblende etc.). Bei einem Mikroskop entspricht solch ein Hindernis beispielsweise dem endlichen Durchmesser des Objektivs, das als Lochblende wirkt.
Wird eine Lochblende mit parallelem Licht beleuchtet, so erkennt man auf einem dahinter stehenden Schirm nicht einen hellen Lichtpunkt, wie man es nach der geometrichen Optik erwarten würde, sondern ein Beugungsbild mit einer Intensitätsverteilung wie sie in Abbildung 9 zu sehen ist. Ihr Betreuer wird Ihnen dies mit Hilfe eines Lasers und einer Spaltblende demonstrieren. Das Beugungsbild besitzt ein sehr helles zentrales Maximum, gefolgt von mehreren Minima und Nebenmaxima, dessen Intensitäten allerdings schnell abnehmen.
Bei einem Mikroskop erzeugt nun jeder Punkt des darzustellenden Gegenstands solch ein Beugungsbild im Zwischenbild (Abbildung 10). Die Breite w des zentralen Maximums beträgt:

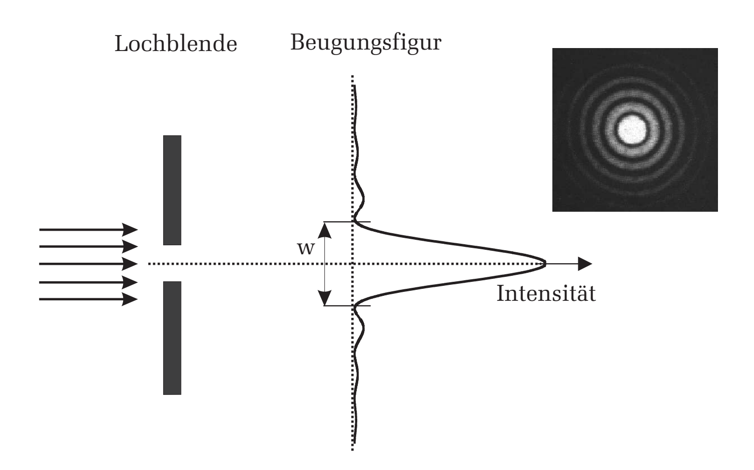


Abbildung 9: *Beugung an einem Spalt. Auf einem hinter dem Spalt befindlichen Schirm wird nicht ein scharfer Lichtstreifen dargestellt, wie man es nach der geometrischen Optik erwarten würde, sondern eine Beugungsfigur mit einem sehr hellen Maximum, gefolgt von Nebenmaxima, dessen Intensität mit höherer Ordnung rasch abfällt. Das Bild rechts zeigt die Beugungsfigur einer Lochblende.*

$$w = 2,44 \frac{\lambda b}{D}. \tag{17}$$

Die Herleitung dieser Gleichung können Sie z.B. im Demtröder, *Experimentalphysik 2*, nachlesen.
Je kleiner der Abstand g zweier Objektpunkte, desto näher rücken auch die Beugungsbilder dieser Punkte im Zwischenbild zusammen. Ab einem gewissen Abstand b_{min} überschneiden sich die Beugungsbilder so stark, dass sie nicht mehr als zwei getrennte Objekte wahrnehmbar sind. Um dies zu quantifizieren, definiert man das Auflösungsvermögen nach dem Rayleigh- Kriterium: Zwei Objektpunke sind nur dann voneinander unterscheidbar, wenn der Abstand der beiden Beugungsfiguren größer ist als die halbe Breite des zentralen Maximums. Die Auflösungsgrenze ist also dann erreicht, wenn das Beugungsmaximum des einen Punktes in das Beugungsminimum des anderen fällt. Der minimale Abstand der Beugungsfiguren ist dann nach Gleichung (17):

$$B_{min} = 1,22 \frac{\lambda b}{D}. \tag{18}$$

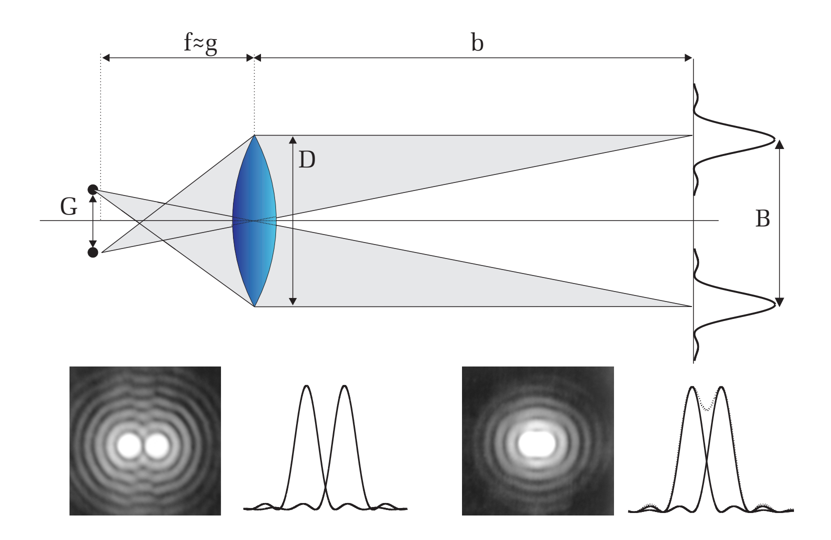


Abbildung 10: *Jeder Objektpunkt erzeugt im Zwischenbild eine Beugungsfigur. Damit zwei Punkte noch getrennt zu erkennen sind, dürfen sich die Beugungsbilder nicht zu stark überlappen. Im unteren rechten Bild sind die beiden Punkte nicht mehr unterscheidbar.*

Mit Hilfe von (4) erhält man mit $B_{min}/b = G_{min}/g$ den kleinsten Abstand G_{min} zweier Objektpunkte, der mit dem Mikroskop noch aufgelöst werden kann:

$$G_{min} = 1,22\frac{\lambda g}{D}. \qquad (19)$$

Da die Objektpunkte praktisch in der Brennebene der Objektivlinse liegen ($g \approx f$), können wir auch schreiben:

$$G_{min} = 1,22\frac{\lambda f}{D}. \qquad (20)$$

Der Quotient $D/f = 2\sin\alpha$ stellt gerade den Sinus des halben Öffnungswinkel der Objektivlinse dar. Machen Sie sich dies anhand einer Skizze klar. Befindet sich zwischen dem Objekt und dem Objektiv eine Flüssigkeit mit dem Brechungsindex n (z.B. Immersionsöl), so folgt schließlich für das Auflösungsvermögen

$$G_{min} = 1,22\frac{\lambda}{2n\sin\alpha}, \qquad (21)$$

bzw. mit der Abkürzung $NA = n\sin\alpha$, die als numerische Apertur bezeichnet wird:

$$G_{min} = 0,61\frac{\lambda}{NA}, \qquad (22)$$



Abbildung 11: *Kommerzielles Objektiv eines Lichtmikroskops. Die Objektivvergrößerung beträgt 40. Die Zahl 160 besagt, dass das Objektiv nur für Mikroskope mit einer Tubuslänge von 160 mm verwendet werden kann. Zusätzlich ist noch die numerische Apertur, NA=0,65 und die zu verwendene Deckglasdicke von 0,17 mm angegeben.*

VI Durchführung des Versuchs

1. Skizzieren Sie bei jedem Versuch den Versuchsaufbau.

2. Bauen Sie auf der optischen Schiene einen Aufbau bestehend aus Lampe mit Kondensorlinse, Gegenstand, Linse und Bildschirm auf. Verwenden Sie dabei die achromatisch korrigierte Linse (Achromat). Als Gegenstand stehen zwei Dias mit einer Teststruktur zur Verfügung. Verändern Sie nun die Bild- oder

Gegenstandsweite so, dass Sie ein scharfes Bild erkennen können. Notieren Sie die Bild- und Gegenstandsweiten und berechnen Sie sofort die Brennweite.
Fertigen Sie folgende Tabelle an und messen Sie bei unterschiedlichen Gegenstandsweiten, die Bildweite/Bildgröße, die Art des Bildes (reell oder virtuell) und die Ausrichtung. In den Bereichen $\infty > g > 2f$ und $2f > g > f$ sind jeweils drei verschiedenen Positionen auszumessen. Falls das Bild zu klein wird, verwenden Sie das Dia mit großen Doppelpfeil als Gegenstand. Andernfalls nehmen Sie das Dia mit der komplexen Teststruktur. Notieren Sie sich auch bei jeder Messung die Fehler.

	g	G	b	B	Art	Richtung
$\infty > g > 2f$						
$g = 2f$						
$2f > g > f$					reel/virtuell	aufrecht/umgekehrt
$g = f$						
$f > g$						

3. Messung der Brennweite der bikonvex Linse L_1 nach dem Besselverfahren: Stellen Sie auf der optischen Bank einen geeigneten Abstand Bild-Gegenstand ein (etwa $L \approx 5f$ bis $6f$, ein grober Wert für f ist am Linsenhalter angegeben) und suchen Sie die beiden Scharfeinstellungen auf. Beachten Sie dabei, dass der weiße Schirm nicht in der Mitte der Halterung sitzt. Sie müssen daher die Dicke des Alu-Bleches (2 mm) beim Abstand L berücksichtigen (Die Seite mit dem Gitter ist in der Mitte). Es werden 3 Messungen von d durchgeführt und gemittelt.

4. Untersuchung der chromatischen Aberration:
Bei unverändertem Abstand L werden je 3 Messungen von d gemacht. Führen Sie diese Messung jeweils mit dem Rotfilter und b) mit dem Blaufilter durch. Beobachten Sie qualitativ die sphärische Aberration, indem Sie einmal die Lochblende und einmal die Ringblende vor die Linse stellen: Wie ändert sich d? (Größeres d heißt kleineres f.)

5. Aufbau eines Mikroskops auf der optischen Bank:
Bauen Sie das Objekt (Dia mit Kreuzgitter) hinter die Lampe mit dem eingesetzten Grünfilter ein. Dicht dahinter wird der Spalt mit den Schneiden zum Objektiv und wieder dicht dahinter das Objektiv eingesetzt. Der Abstand Linsenebene bis zur Mitte des Reiters ist genau 3 cm. Der Schirm für das Zwischenbild (Dia mit mm-Teilung) wird im Abstand von 25 cm vom Objektiv aufgestellt und dahinter im Abstand f_2 das Okular. Zur Scharfeinstellung schauen Sie durch das Okular und verschieben Sie den Gegenstande bis Sie ein scharfes Bild sehen. Lampe und Kondensor werden so eingestellt, dass das Bild des Gitters in vernünftiger Helligkeit erscheint. Zu diesem Zweck kann der Lampensockel im Gehäuse verschoben werden.

a) Aus der Bildweite b und f_1 lässt sich der Abbildungsmaßstab berechnen (Gleichung (5)). Bestimmen Sie aus der Größe des Zwischenbildes (z.B. Zahl der Striche pro 5 mm) bei weit geöffnetem Spalt und mit grünem Licht den Strichabstand des Gitters.
b) Verringen Sie nun die Öffnung des Messspalts und beobachten Sie dabei wie die senkrechten Strukturen des Kreuzgitters verschwinden. Messen Sie dreimal die Spaltbreite bei der die senkrechten Strukturen gerade nicht mehr auflösbar sind. Machen Sie sich klar, dass durch das Verengen des Spalts das Auflösungsvermögen nur in einer Dimension eingeschränkt wird! Berechnen Sie aus der Breite des Spalts und seinem Abstand vom Objekt den Öffnungswinkel des Systems und damit das Auflösungsvermögen; für λ wird der Wert 550 nm eingesetzt. Der erhaltene Wert wird mit dem zuvor bestimmten Strichabstand verglichen. Beobachten Sie qualitativ den Einfluss der Wellenlänge auf das Auflösungsvermögen, in dem Sie das rote und das blaue Farbfilter benutzen.

VII Auswertung

zu 2. Werten Sie Ihre Ergebnisse anhand folgender Tabelle aus (β bezeichnet den Abbildungsmaßstab.) Konstruieren Sie grafisch die Abbildung eines Objekts für die jeweiligen Gegenstandsweiten.

Nr.	g	b	Art	Richtung	β
I	$\infty > g > 2f$				
II	$g = 2f$				
III	$2f > g > f$	z.B. $2f = b > f$	reel/ virtuell	aufrecht/ umgekehrt	z.B. > 1
IV	$g = f$				
V	$f > g$				

Zeichnen Sie Ihre gemessen Werte für die Bild- und Gegenstandsweite in ein Diagramm ein. Tragen Sie dazu immer ein Wertepaar b, g so auf, dass die

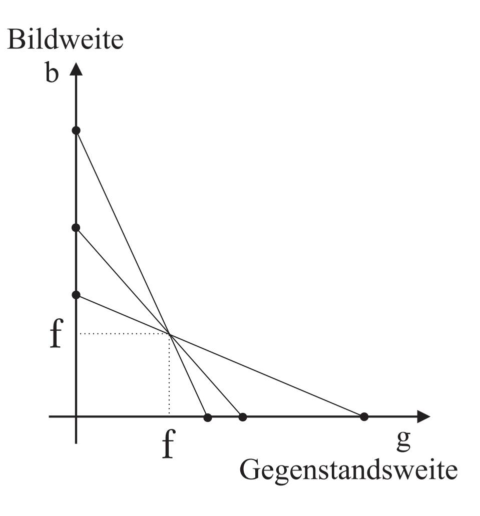


Abbildung 12: *Grafische Bestimmung der Brennweite.*

Gegenstandsweite auf der Abszisse und die Bildweite auf der Ordinaten liegt und verbinden Sie die beiden Punkte durch eine Gerade (Abbildung 12). Alle Linien schneiden sich in einem Punkt, aus dem die Brennweite abgelesen werden kann. Schätzen Sie den Fehler ab.

zu 3. Berechnen Sie die Brennweite nach dem Besselverfahren.

zu 4. Dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse bezüglich der untersuchten Linsenfehler.

zu 5. Berechnen Sie die Gitterkonstante des Kreuzgitters und bestimmen Sie das Auflösungsvermögen des Mikroskops.

Versuch 33
Prismenspektrometer

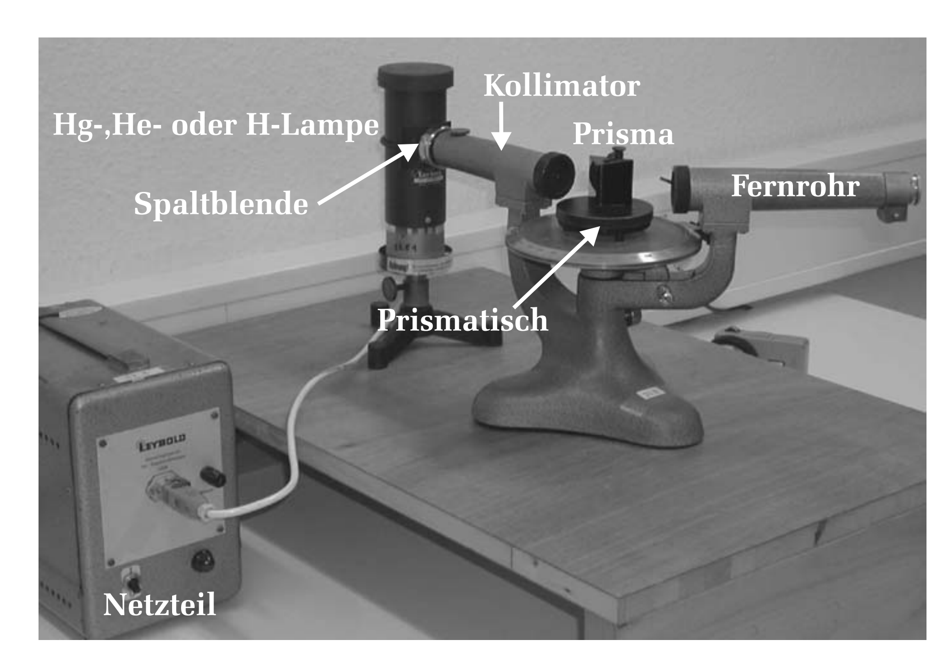


Abbildung 1: *Aufbau des Prismenspektrometer Versuchs.*

I Messaufbau

- Spektrometer mit Prisma.
- Hg-Lampe in einem Gehäuse montiert auf einem Stativfuß.
- He-Lampe in einem Gehäuse montiert auf einem Stativfuß.
- Netzteil.
- Wasserstofflampe mit Netzgerät (für je 2 Aufbauten gemeinsam)

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart,
- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer, Tipler.
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Brechungsgesetz, Aufbau des Prismenspektrometers, Dispersion, Auflösungsvermögen eines Prismenspektralapparates, Energieniveaus des Wasserstoffatoms, Balmerformel.

Verständnisfragen:

1. Ändert sich die Wellenlänge λ oder die Frequenz ν, wenn Licht von einem Medium in ein anderes tritt?
2. Von welchen Parametern hängt der Gesamtablenkwinkel δ (siehe Abbildung 2) im Allgemeinen ab? Wie kann man zeigen, dass δ ein Minimum annimmt und in diesem Fall der Strahlengang im Prisma symmetrisch verläuft?
3. Wie setzt sich die Kurve $n(\lambda)$ zu größeren und kleineren Wellenlängen fort? Was versteht man unter normaler und anomaler Dispersion?
4. Wird bei einem Prisma (normale Dispersion angenommen) bei gleichem Einfallswinkel, rotes Licht oder blaues Licht stärker abgelenkt?
5. Wie entstehen Spektrallinien? Welche Bedeutung hat die Spektralanalyse?
6. Was begrenzt die Möglichkeit zwei Spektrallinien benachbarter Wellenlängen im Spektrometer zu trennen?

IV Aufgabe

- Die Winkeldispersionskurve $\delta(\lambda)$ des Prismas ist durch Messung der Ablenkwinkel δ bei gegebenem Spektrum des Hg aufzunehmen und als Eich-

kurve zur Bestimmung der Wellenlänge des He-Spektrums zu benutzen. Der brechende Winkel des Prismas ist zu bestimmen.

Zusatzaufgabe: Führen Sie zusätzlich noch eine der beiden Aufgaben durch.

- Die Dispersionskurve $n(\lambda)$ soll durch Messung der Minimalablenkwinkel $\delta_{min}(\lambda)$ für vier Linien des Hg-Spektrums ermittelt werden.
- Die Wellenlänge der sichtbaren Linien des Wasserstoffspektrums sind zu bestimmen und daraus mit Hilfe der Balmerformel die Rydberg-Konstante für Wasserstoff zu berechnen.

V Grundlagen

Ein Spektrometer ist ein Instrument, mit dem Licht in seine Spektralfarben (Wellenlängen) zerlegt werden kann. Beim Prismenspektrometer erfolgt diese Zerlegung durch ein optisches Prisma. Dabei handelt es sich um einen Körper aus einem lichtdurchlässigen Material (i.a. Glas), der von zwei ebenen, nicht parallelen Flächen begrenzt wird. Die Gerade, in der sich die beiden Flächen schneiden, wird brechende Kante genannt. In einem Schnitt senkrecht dazu (Hauptschnitt) liegt an der brechenden Kante der brechende Winkel ϵ.

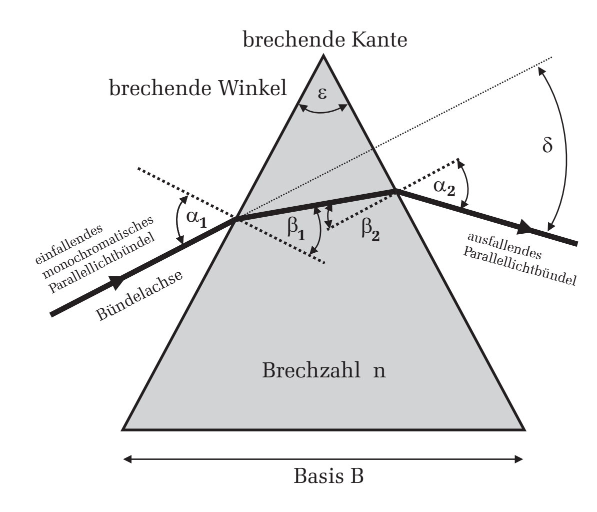


Abbildung 2: *Hauptschnitt eines Prismas.*

Mit Hilfe des Brechungsgesetzes und unter der Annahme, dass für den Brechungsindex von Luft $n_{Luft} = 1$ gilt, folgt für den totalen Ablenkungswinkel δ, um den ein einfallendes Lichbündel abgelenkt wird:

$$\delta = \alpha_1 - \epsilon + \arcsin\Big(\sqrt{n^2 - \sin(\alpha_1)^2}\,\sin(\epsilon) - \sin(\alpha_1)\cos(\epsilon)\Big). \tag{1}$$

Von besonderem Interesse ist der Fall, bei dem das Prisma symmetrisch vom Licht durchsetzt wird. Dabei trifft das einfallende Lichtbündel senkrecht auf die Ebene, die den brechenden Winkel ϵ halbiert. Bei diesem Einfall nimmt der Ablenkwinkel δ ein Minimum ein und es gelten die Beziehungen:

$$\alpha_{min} = \alpha_1 = \alpha_2 = \Big(\frac{\delta_{min} + \epsilon}{2}\Big) \tag{2}$$

$$n = \frac{\sin\big((\delta_{min} + \epsilon)/2\big)}{\sin(\epsilon/2)} \qquad \text{(Fraunhofersche Formel).} \tag{3}$$

Gleichung (3) (Fraunhofersche Formel) beschreibt eine Methode um den Brechungsindex des Prismamaterials zu bestimmen. Messungen an Prismen sollten stets beim minimalen Ablenkwinkel erfolgen, da in diesem Fall der Ablenkwinkel δ kaum vom Einfallswinkel α_1 abhängt (δ nimmt ein Minimum ein!).
Bisher haben wir uns nur auf ein einfallendes monochromatisches Lichtbündel beschränkt. Allerdings hängt aufgrund der Dispersion, der Brechungsindex n von der Wellenlänge ab, so dass bei einem einfallenden „weißen“ Lichtbündel, bei den bisherigen Betrachtungen, n durch $n(\lambda)$ ersetzt werden muß. Da der Ablenkwinkel δ von dem Brechungsindex abhängt, wird ein „weißes“ Parallellichtbündel spektral zerlegt.

VI Durchführung des Versuchs

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau

2. Justierung des Spektrometers

Machen Sie sich zunächst mit den verschiedenen Funktionen der Arretierungsschrauben und Feintriebe vertraut. Bei Unklarheiten fragen Sie den Assistenten. Die Einstellung des Fernrohrs auf unendlich vollzieht man durch Scharfstellen eines sehr fernen (> 50 m) Gegenstandes, indem man das Okular verschiebt. (Zweckmäßigerweise visiert man vom bereitgestellten Pult im Gang

den Schornstein des Heizkraftwerkes an.) Bild und Fadenkreuz sollen keine Parallaxe mehr zeigen, d.h. bei Bewegung des Auges vor dem Okular soll keine gegenseitige Verschiebung eintreten. (Beide liegen dann in einer Ebene.) Bei den beiden älteren Spektrometern (Aufbau D und E) ist das Fadenkreuz fest justiert. Bei diesen Geräten können Sie nur die Lupe so verschieben, dass das Fadenkreuz scharf ist. überzeugen Sie sich jedoch von der richtigen Justierung.

Zur Einstellung des Kollimatorrohres auf Parallellicht verschiebt man den Spalteinsatz, bis man im justierten Fernrohr ein scharfes Spaltbild parallaxenfrei zum Fadenkreuz beobachtet. Dazu das Prisma herausnehmen.

Fällt beim Beobachten eines Spektrums die Fadenkreuzmitte nicht mit den Mitten der Spaltbilder zusammen, so lassen Sie durch den Assistenten die brechende Kante des Prismas parallel zur Spektrometerachse einjustieren.

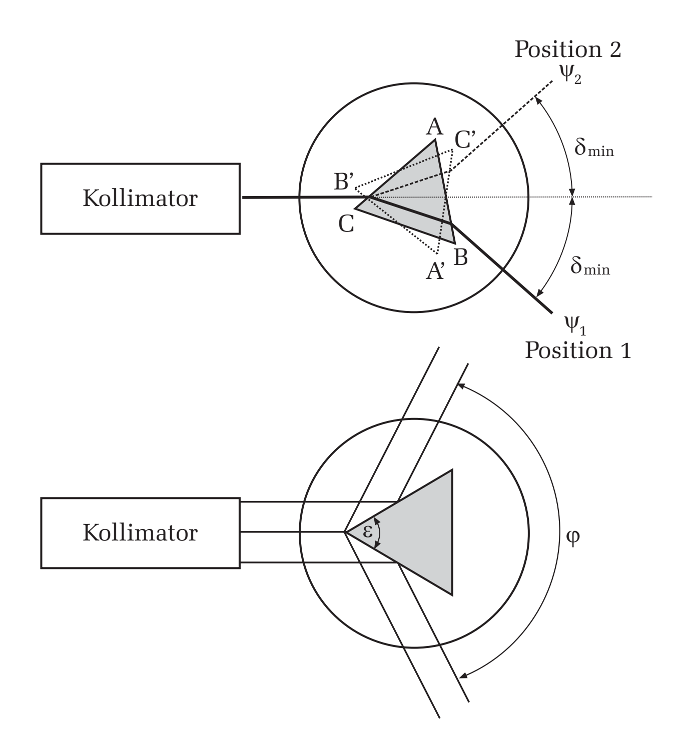


Abbildung 3: *Oben: Messung des Minimalablenkwinkel. Unten: Bestimmung des brechenden Winkels.*

3. Aufnahme der Eichkurve

Für die Messung sollte der Prismenschwerpunkt ungefähr in der Spektrometerachse liegen. Stellen Sie den Minimalablenkwinkel für die grüne Hg-Linie ein. Dieser ist dann erreicht, wenn das im Fernrohr beobachtete grüne Spaltbild (Fadenkreuz benutzen) bei Drehung des Prismentisches stehen bleibt. Kleine Drehungen des Tisches nach rechts oder links lassen das Bild in die gleiche Richtung zurückwandern. Messen Sie bei festgehaltener Prismenlage die Ablenkwinkel $\delta(\lambda)$ für folgende zehn Linien des Hg-Spektrums:

Nr.	**λ(nm)**	**Farbe**	**Intensität**
1	690,7	rot	schwach
2	623,4	rot	mittel
3	579,1	gelb	stark
4	577,0	gelb	stark
5	546,1	grün	stark
6	499,2	blaugrün	schwach
7	491,6	blaugrün	mittel
8	435,8	blau	stark
9	407,8	violett	mittel
10	404,7	violett	stark

Zur Feineinstellung können Sie die Mikrometerschraube am Fernrohrträger benutzen. Es genügt die genaue Messung der Ablenkwinkel nach einer Seite. Nutzen Sie unbedingt die Genauigkeit des Nonius aus. Achten Sie darauf, dass während der Durchführung der Aufgabe 3, Aufgabe 4 und gegebenenfalls der Zusatzaufgabe II die Teilkreisskala in der gleichen Lage arretiert bleibt! Für die starken Linien kann der Spalt sehr eng gestellt werden; für die schwächeren Linien öffnen Sie den Spalt soweit wie nötig.

4. Wellenlängenbestimmung des He-Spektrums

Messen Sie Bei unveränderter Einstellung des Prismas (Minimum der Ablenkung für die grüne Hg-Linie) die Ablenkwinkel für folgende sechs Linien des He-Spektrums: rot (stark); gelb (stark); grün (stark); grün (mittel); blau (mittel); blau (stark).

Falls Sie die Zusatzaufgabe II bearbeiten möchten, müssen Sie diese jetzt mit dem geeichten Spektrometer durchführen!

5. Zusatzaufgabe I: Messung der Dispersion des Prismamaterials
Für die Spektrallinien 2, 5, 7, 10 des Hg-Spektrums werden die Minimalablenkwinkel $\delta_{Min}(\lambda)$ nach „rechts“ und „links“ (siehe Abbildung 3 oben) gemessen.

6. Messung des brechenden Winkels
Messen Sie in der Prismenlage nach Abbildung 3 unten, den Drehwinkel $\phi = 2\epsilon$ auf der arretierten Teilkreisskala zwischen den beiden Fernrohrpositionen, in denen man die reflektierten Spaltbilder beobachtet.

7. Zusatzaufgabe II: Balmer-Serie des Wasserstoffspektrums.
Die Wasserstofflampe samt Netzgerät wird vor den Spektrometerspalt gestellt und das Gerät eingeschaltet. Nach ca. 2 Minuten Betriebsdauer wird das Gerät vorsichtig so vor dem Spalt verschoben, dass die Linien mit maximaler Helligkeit sichtbar sind. Die Wellenlängen der drei starken Linien (rot, türkis, violett) werden aus der Eichkurve bestimmt. Versuchen Sie durch Öffnen des Spaltes eine vierte, kurzwelligere Linie zu sehen. Achtung: Die Wasserstofflampe hat starken Bandenuntergrund, der weitere Linien vortäuscht.

VII Auswertung

Zu 3 und 4: Zeichnen Sie auf mm-Papier die Winkeldispersionskurve $\delta(\lambda)$ des Hg-Spektrums und bestimmen Sie anhand dieser Eichkurve die Wellenlängen der He-Linien. Berücksichtigen Sie den Fehler aus der Ablesegenauigkeit des Nonius. Wie groß sind die Abweichungen von den Tabellenwerten (706,5 nm - 667,8 nm - 587,6 nm - 501,6 nm - 492,2 nm - 471,3 nm - 447,1 nm)?

Zu 5: Entnehmen Sie aus Aufgabe 6 den brechenden Winkel des Prismas und bestimmen Sie nach der Gleichung (gültig für symmetrischen Strahlengang)

$$n(\lambda) = \frac{\sin\left(\frac{1}{2}(\delta_{Min}(\lambda) + \epsilon)\right)}{\sin(\epsilon/2)} \tag{4}$$

die Brechungsindizes für die gemessenen Hg-Linien. Zeichnen Sie die Dispersionskurve $n(\lambda)$.

Zu 7: Berechnen Sie die Rydberg-Konstante mit Hilfe der Balmer-Formel. Vergleichen Sie die gemessene Spektrallinien mit den Literaturwerten (siehe Anhang).

VIII Anhang

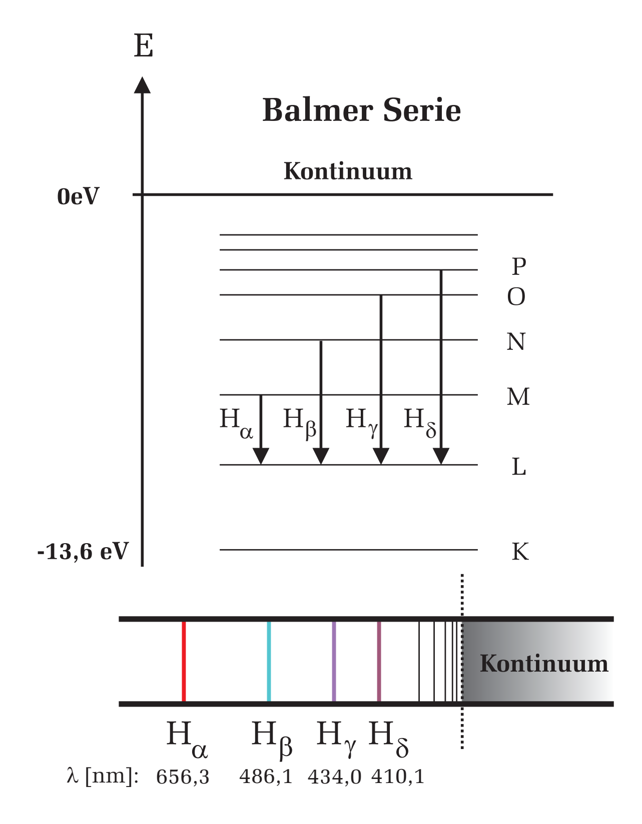


Abbildung 4: *Balmer-Serie des Wasserstoffs.*

Versuch 231
Polarisiertes Licht

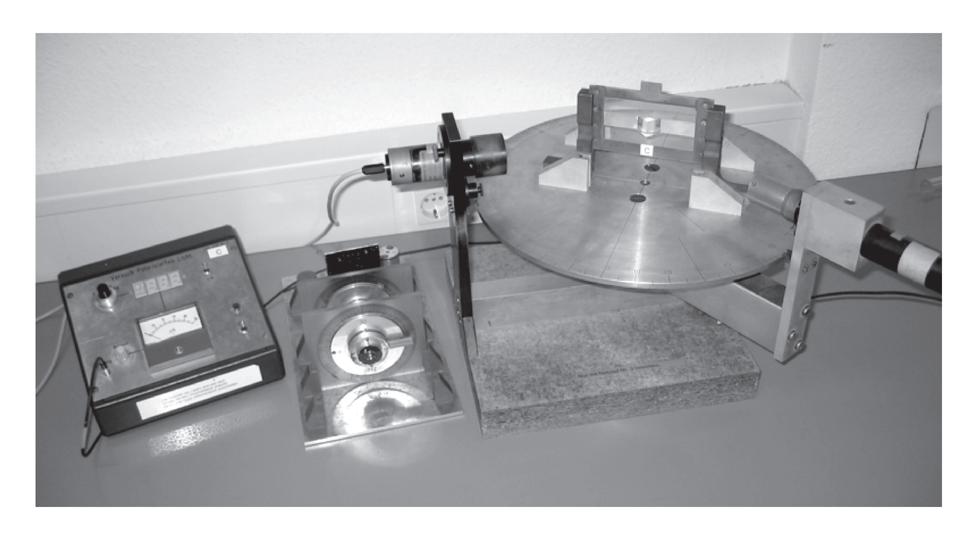


Abbildung 1: *Versuchsaufbau.*

I Messaufbau

- Drehtisch mit Winkeleinteilung und drei Halterungen
- Diodenlaser ($\lambda = 670\ nm$)
- Detektor (Fotoelement BPY 63) mit Verstärker
- Linearanalysator, $\lambda/4$-Plättchen sowie zwei planparallele Glasplatten (BK7 oder SF6 mit den Brechungsindizees $n_{BK7} = 1{,}514$ und n_{SF6}=1,796 für λ=670 nm.

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart.
- Bergmann-Schäfer, *Experimentalphysik, Band III*,
- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Grundlagen der geometrischen Optik (Brechung, Reflexion), Wellenoptik (Eigenschaften von elektromagnetischen Wellen, Huygen'sches Prinzip), linear, zirkular und elliptisch polarisiertes Licht, Polarisation durch Reflexion (Fresnel'sche Formeln, Gesetz von Brewster), Polarisation durch Doppelbrechung ($\lambda/4$-Plättchen).

Verständnisfragen:

1. Warum kommt bei senkrecht zueinanderstehenden Linearpolarisationsfiltern kein Licht durch?
2. Was passiert bei drei aufeinanderfolgenden Polarisationsfiltern mit den Polarisationsrichtungen 0°-45°-90°, wenn unpolarisiertes Licht einfällt? Wie viel Licht kommt ungefähr durch?
3. Wozu verwendet man ein $\lambda/4$-Plättchen? Worauf beruht das Funktionsprinzip solch eines Plättchens?
4. Zwei Polfilter stehen senkrecht zueinander. Wie muss ein $\lambda/4$-Plättchen zwischen die zwei Polfilter eingefügt werden, damit die durchgelassene Lichtintensität maximal wird?
5. Wie ist der Brewsterwinkel definiert? Welche Eigenschaften hat im Brewsterwinkel reflektiertes und transmittiertes Licht?

IV Aufgaben

1. Überprüfen Sie mittels Brewster'scher Reflexion die Markierung der Schwingungsebene am Laser.
2. Messen Sie die Intensität des an einer Glasscheibe reflektierten und transmittierten Lichts in Abhängigkeit des Einfallswinkels und der Polarisationsrichtung.

3. Stellen Sie mit einem $\lambda/4$-Plättchens elliptisch polarisiertes Licht her und führen Sie eine Intensitäts-Analyse durch.

V Grundlagen

Licht ist wie alle elektromagnetischen Wellen eine transversale Welle. Bei solchen Wellen schwingt sowohl das elektrische Feld $\vec{E}$ als auch das magnetische Feld $\vec{B}$ senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, die durch den Wellenvektor $\vec{k}$ beschrieben wird (Abbildung 2). Im Vakuum oder in isotropen Medien gilt die Beziehung:

$$\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{k}, \tag{1}$$

d.h. alle drei Vektoren sind senkrecht zueinander orientiert.

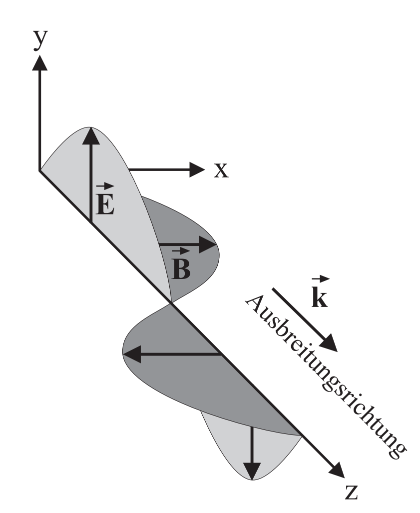


Abbildung 2: *Orientierungen des $\vec{E}$-Felds, des $\vec{B}$-Felds und des Wellenvektors $\vec{k}$ einer linear polarisierten, transversalen elektromagnetischen Welle, die sich in z-Richtung ausbreitet.*

Unter Polarisation versteht man die Orientierung des $\vec{E}$- oder des $\vec{B}$-Feldes. Wir wollen im Folgenden nur das elektrische Feld $\vec{E}$ zur Beschreibung der Polarisation heranziehen.
Man unterscheidet drei Arten von Polarisation:

1. *Linear polarisiertes Licht*
Findet die Schwingung des $\vec{E}$-Feldes in genau einer einzigen Ebene statt, spricht man von linear polarisiertem Licht. In Abbildung 2 schwingt das $\vec{E}$-Feld in der yz-Ebene, die auch als Schwingungsebene bezeichnet wird.

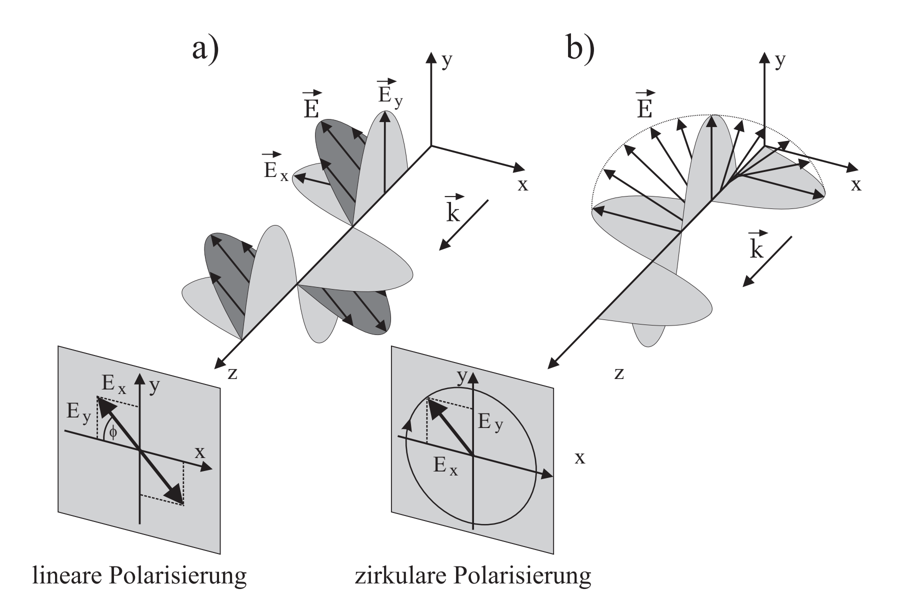


Abbildung 3: *Verdeutlichung der linearen und zirkularen Polarisation. a) Linear polarisiertes Licht. Der $\vec{E}$-Vektor lässt sich durch eine Überlagerung zweier senkrecht zueinanderschwingenden Felder $\vec{E}_x$ und $\vec{E}_y$ darstellen. $\vec{E}_x$ und $\vec{E}_y$ schwingen in Phase. b) Bei zirkular polarisiertem Licht beträgt die Phasenverschiebung zwischen den beiden Komponenten $\vec{E}_x$ und $\vec{E}_y$ 90° bzw. $\pi/2$.*

Bild 3a) zeigt den allgemeinen Fall, bei dem die Schwingungsebene den Winkel φ gegen die x-Richtung einnimmt. In diesem Fall lässt sich die Welle durch Überlagerung zweier senkrecht zueinander, linear polarisierten Wellen $\vec{E}_x, \vec{E}_y$ darstellen (Abbildung 3a):

$$\vec{E}(z,t) = \begin{pmatrix} E_x(z,t) \\ E_y(z,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \sin(\varphi) \\ E_0 \cos(\varphi) \end{pmatrix} \cos(\omega t - kz), \tag{2}$$

wobei E_0 der Betrag des $\vec{E}$-Feldes, $\omega = 2\pi\nu$ die Kreisfrequenz, $k = 2\pi/\lambda$ die Wellenzahl (Betrag des Wellenvektors $\vec{k}$) darstellen und φ den Winkel zwischen Schwingungsebene und x-Richtung beschreibt. Beide Komponenten $E_x(z,t)$ und $E_y(z,t)$ schwingen bei linear polarisiertem Licht in Phase.

2. *Zirkular polarisiertes Licht*

Dreht sich der $\vec{E}$-Vektor mit konstanter Winkelgeschwindigkeit und mit gleichbleibendem Betrag um den Wellenvektor, so spricht man von zirkularer Polarisation. Die Spitze des $\vec{E}$-Vektors beschreibt eine Spirale. (Abbildung 3b). Zirkular polarisiertes Licht lässt sich durch Überlagerung zweier senkrecht zueinander, linear polarisierten Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude erzeugen. Die Phasenverschiebung dieser Wellen muss entweder $\pi/2$ oder $-\pi/2$ betragen:

$$\vec{E}(z,t) = \begin{pmatrix} E_x(z,t) \\ E_y(z,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ E_0 \sin(\omega t - kz) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

Je nach Drehrichtung unterscheidet man rechtszirkulare bzw. linkszirkulare Polarisation. Dreht sich der $\vec{E}$-Vektor rechts herum, wenn man **gegen** den Lichtstrahl blickt (d.h. die Welle kommt auf den Beobachter zu), spricht man von rechtszirkularem Licht.

3. *Elliptisch polarisiertes Licht*
   Bei der Überlagerung zweier senkrecht zueinander, linear polarisierten Wellen mit gleicher Frequenz aber unterschiedlicher Amplitude, bzw. bei gleichen Amplituden aber einer Phasenverschiebung ungleich 0 oder $\pi/2$, entsteht elliptisch polarisiertes Licht. Die Spitze des $\vec{E}$-Vektors bewegt sich auf einer elliptischen Spirale.

V.1 Erzeugung von polarisiertem Licht

Natürliches Licht („Temperaturstrahler", Sonne) ist in der Regel nicht polarisiert. Solches Licht entsteht durch atomare Strahlungsübergänge einer sehr großen Anzahl von Atomen. Jedes dieser Atome strahlt eine Lichtwelle ab, deren Polarisationsrichtung völlig statistisch im Raum verteilt ist, so dass sich die Schwingungsebene des ausgesendeten Lichts fortlaufend ändert und daher keine ausgezeichnete Richtung besitzt.
Es gibt mehrere Methoden unpolarisiertes Licht zu polarisieren. Wir wollen in den folgenden Abschnitten vor allem auf die Polarisation durch Reflexion, sowie auf die Polarisation durch doppelbrechende Kristalle eingehen.

V.2 Polarisationsfilter: Polarisation durch Absorption

Polarisationsfilter (Polaroidfilter) bestehen aus einer speziellen Kunstsofffolie, in denen die einzelnen Molekülketten parallel zueinander ausgerichtet sind (z.B. durch mechanisches Strecken). Zusätzlich wird die Folie noch mit einer Jodverbindung dotiert. Dadurch werden in den Molekülketten Elektronen eingelagert, die sich aber nur längs der Ketten bewegen können. Parallel zu den Kettenmolekülen sind die Elektronen unbeweglich. Trifft nun Licht, dessen $\vec{E}$-Vektor parallel zu den Molekülketten orientiert ist auf die Folie, so werden die eingelagerten Elektronen durch das elektrische Feld entlang der Molekülketten beschleunigt. Die dazu notwendige Energie muss von dem einfallenden Licht aufgebracht werden, wodurch dieses absorbiert wird. Ein Polarisationsfilter ist demnach für Licht, das parallel zu den Kettenmolekülen polarisiert ist, undurchlässig. Fällt dagegen Licht, dessen $\vec{E}$-Vektor senkrecht zu den Molekülketten orientiert ist auf das Filter, so werden die Elektronen nicht beschleunigt und das einfallende Licht kann das Filter passieren. Bei linear polarisiertem Licht mit beliebig orientierter Polarisationsrichtung, lässt sich der $\vec{E}$-Vektor in eine Komponente parallel zu den Kettenmolekülen und in eine Komponente senkrecht dazu, zerlegen. Durch das Filter wird nur die senkrechte Komponente transmittiert. (Abbildung 4a)

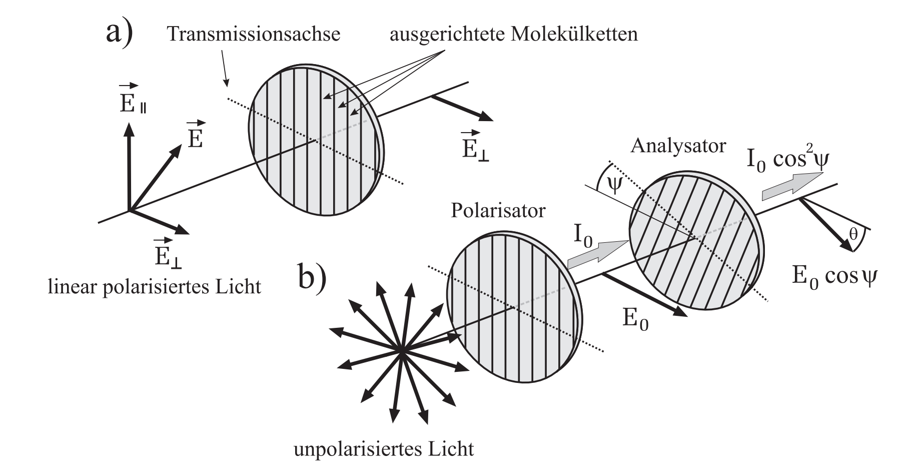


Abbildung 4: *a) Wirkungsweise eines Polarisationsfilters. b) Fällt unpolarisiertes Licht auf einen Polarisator, so ist das Licht parallel zur Transmissionsachse linear polarisiert. Fällt dieses wiederum auf einen weiteren Filter dessen Transmissionsachse um ψ gedreht ist, so wird nur der Anteil $I_0 \cos^2 \psi$ durchgelassen (Gesetz von Malus).*

Polarisationsfolien lassen sich zum einen als Polarisatoren, d.h. zur Erzeugung von linear polarisiertem Licht verwenden, zum anderen auch als Analysatoren, d.h. zum Nachweis der Polarisationsrichtung (Abbildung 4b). Trifft linear polarisiertes Licht der Feldstärke $\vec{E}_0$, bzw. der Intensität $I_0 \propto E_0^2$, auf einen Analysator dessen Transmissionsachse gegenüber der Polarisationsrichtung um den Winkel ψ verdreht ist, so wird nur der Betrag $E_0 \cos\psi$ transmittiert. Für die Intensität nach dem Analysator gilt :

$$I = I_0 \cos^2 \psi \qquad \text{(Gesetz von Malus).} \tag{4}$$

Für $\psi = 90°$ verschwindet die Intensität: **„Gekreuzte“ Polarisationsfilter lassen kein Licht durch!** Ist die Transmissionsachse des Analysators bekannt, so lässt sich die Polarisationsrichtung des einfallenden Lichts bestimmen.

V.3 Polarisation durch Reflexion

Trifft Licht auf ein transparentes, nichtmetallisches Medium (z.B. eine Glasplatte) so wird es zum einen reflektiert und zum anderen im Medium gebrochen. Das reflektierte Licht hat die Eigenschaft, dass es teilweise polarisiert ist, wobei der Polarisationsgrad vom Einfallswinkel und vom Brechungsindex abhängt. Bei einem bestimmten Einfallswinkel α, bei dem das gebrochene und das reflektierte Lichtbündel einen Winkel von 90° einnehmen, ist das reflektierte Lichtbündel vollständig linear polarisiert. Der $\vec{E}$-Vektor des reflektierten Lichtes schwingt in diesem Fall senkrecht zur Einfallsebene, die durch das einfallende und reflektierte Lichtbündel aufgespannt wird (Abbildung 5). Diese Eigenschaft wird nach dem Entdecker David Brewster auch als *Brewster'sches Gesetz* bezeichnet. Der Einfallswinkel α, bei dem das reflektierte Lichtbündel vollständig linear polarisiert ist, heißt *Brewsterwinkel* α_B.
Der Brewsterwinkel hängt nur vom Brechungsindex ab und lässt sich leicht aus dem Snellius'schen Brechungsgesetz

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \tag{5}$$

ableiten, wobei α der Einfallswinkel, β der Winkel des gebrochenen Lichtbündels und n_1, n_2 die Brechungsindizees der entsprechenden Medien darstellen. Fällt Licht unter dem Winkel $\alpha = \alpha_B$ ein, so beträgt der Winkel zwischen reflektiertem und gebrochenem Lichtbündel 90° bzw. $\pi/2$ und es gilt:

$$\alpha_B + \beta + \frac{\pi}{2} = \pi \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha_B. \tag{6}$$

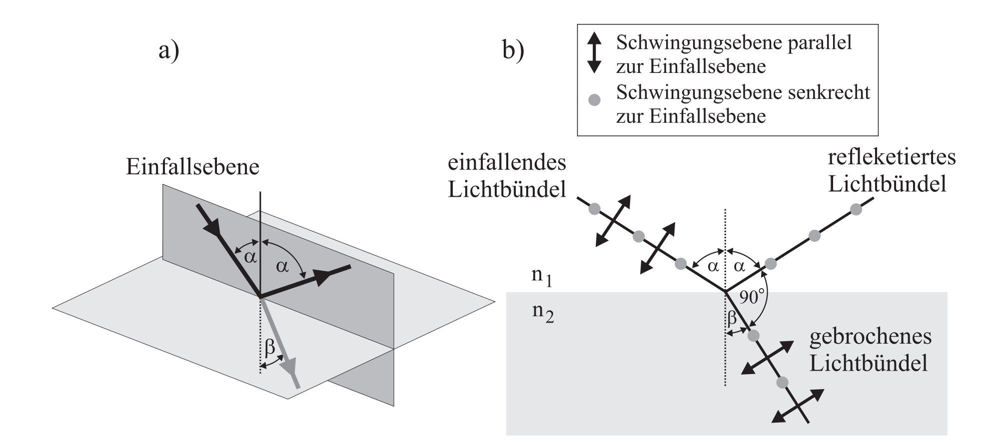


Abbildung 5: *a) Definition der Einfallsebene, die durch die einfallenden, reflektierten und transmittierten Lichtbündel aufgespannt wird. b) Lineare Polarisation durch Reflexion. Fällt Licht unter einem ganz bestimmten Einfallswinkel (Brewsterwinkel) ein, so ist das reflektierte Licht senkrecht zur Einfallsebene linear polarisiert (Gesetz von Brewster).*

Hiermit folgt aus dem Brechungsgesetz

$$\frac{\sin\alpha_B}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\pi/2 - \alpha_B)} = \frac{\sin\alpha_B}{\cos\alpha_B} = \tan\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}. \tag{7}$$

Somit lässt sich das Gesetz von Brewster auch folgendermaßen formulieren:

Trifft Licht von einem Medium mit dem Brechungsindex n_1 unter dem Einfallswinkel $\tan\alpha_B = n_2/n_1$ auf ein Medium mit dem Brechungsindex n_2, so ist das reflektierte Licht senkrecht zur Einfallsebene vollständig linear polarisiert.

V.3.1 Fresnel'sche Formeln

Eine genaue Beschreibung der Reflexion und Brechung unter Berücksichtigung der Polarisationsverhältnisse liefern die sogenannten Fresnel'schen Formeln. Sie geben die relativen Feldstärken des reflektierten und gebrochenen Lichtes für die Polarisationsrichtungen parallel und senkrecht zur Einfallsebene an. Die Feldstärke des einfallenden Lichtes sei E_e, die des reflektierten Lichts E_r und

die des transmittierten (gebrochenen) Lichts E_t. Licht, das senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist, wird durch das Zeichen $\perp$ indiziert, bei parallel zur Einfallsebene polarisiertem Licht verwenden wir den Index $||$. Ferner nehmen wir an, dass das Licht von Luft aus ($n_1 \approx 1$) unter dem Winkel α auf ein Medium mit dem Brechungsindex $n_2 = n$ trifft. In dieser Notation lauten die Fresnel'schen Formeln[1]:

$$\rho_{||} = \left(\frac{E_r^{||}}{E_e^{||}}\right) = \frac{n^2\cos\alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{n^2\cos\alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \tag{8}$$

$$\rho_{\perp} = \left(\frac{E_r^{\perp}}{E_e^{\perp}}\right) = -\frac{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\alpha\right)^2}{n^2 - 1} \tag{9}$$

$$\tau_{||} = \left(\frac{E_t^{||}}{E_e^{||}}\right) = \frac{2n\cos\alpha}{n^2\cos\alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \tag{10}$$

$$\tau_{\perp} = \left(\frac{E_t^{\perp}}{E_e^{\perp}}\right) = \frac{2\cos\alpha\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\alpha\right)}{n^2 - 1} \tag{11}$$

Bei der Versuchsdurchführung sollen Sie die Fresnel'schen Formeln experimentell bestätigen. Dabei ist zu beachten, dass man nicht direkt die Feldstärke des Lichts messen kann, sondern lediglich die Intensität I, die proportional zum Quadrat der Feldstärke ist. Anstatt ρ und τ schreiben wir für die experimentell messbaren Größen R und T, die als Reflexionskoeffizient bzw. Transmissionskoeffizient bezeichnet werden. Für den Reflexionskoeffizient R gilt wegen $I \propto E^2$:

$$R_{||} = \left(\frac{I_r^{||}}{I_e^{||}}\right) = \left(\frac{E_r^{||}}{E_e^{||}}\right)^2 = \rho_{||}^2 \tag{12}$$

$$R_{\perp} = \left(\frac{I_r^{\perp}}{I_e^{\perp}}\right) = \left(\frac{E_r^{\perp}}{E_e^{\perp}}\right)^2 = \rho_{\perp}^2, \tag{13}$$

wobei I_e, I_r die Intensität des einfallenden bzw. des reflektierten Lichts beschreiben. Für den Transmissionskoeffizienten müssen wir zusätzlich berücksichtigen, dass das gebrochene Lichtbündel eine andere Querschnittsfläche besitzt als das einfallende Lichtbündel. Da die Intensität die **Leistung pro Fläche** angibt, geht für T noch das Verhältnis des Kosinus von Aus- und Einfallswinkel ein (Abbildung 6). Sind Q_e und Q_t die Querschnittsflächen des einfallenden und des transmittierten Lichbündels, so gilt

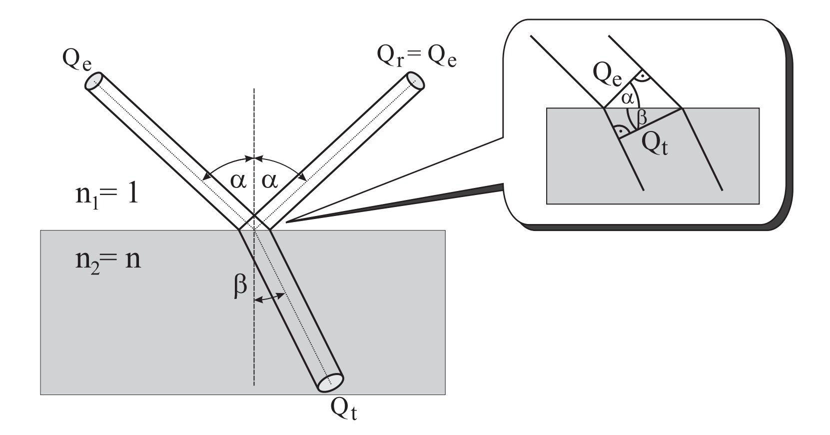


Abbildung 6: *Da der Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel ist, entspricht die Querschnittsfläche des reflektierten Lichtbündels Q_r der Querschnittsfläche des einfallenden Lichtbündels Q_e. Vergrößerter Ausschnitt: Für die Querschnittsfläche des transmittierten (gebrochenen) Lichtbündel gilt dagegen: $Q_e/Q_t = \cos\alpha/\cos\beta$.*

$$\frac{Q_e}{Q_t} = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}. \tag{14}$$

Damit und unter Berücksichtigung des Brechungsindex n ergibt sich für den Transmissionskoeffizienten:

$$T_{||} = \left(\frac{I_t^{||}\cos\beta}{I_e^{||}\cos\alpha}\right) = n\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\left(\frac{E_t^{||}}{E_e^{||}}\right)^2 = n\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\,\tau_{||}^2 \tag{15}$$

$$T_{\perp} = \left(\frac{I_t^{\perp}\cos\beta}{I_e^{\perp}\cos\alpha}\right) = n\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\left(\frac{E_t^{\perp}}{E_e^{\perp}}\right)^2 = n\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\,\tau_{\perp}^2. \tag{16}$$

Die Reflexionskoeffizienten $R_\perp$ und $R_{||}$ aus (12),(13) sind in Abbildung 7 als Funktion des Einfallswinkels dargestellt. Für den Brechungsindex wurde $n = 1,5$ angenommen. Aus den Graphen lässt sich unmittelbar das Gesetz von Brewster ablesen: Für $\alpha \approx 56°$ besitzt das reflektierte Licht nur eine

[1] Die Herleitung dieser Gleichungen finden Sie in nahezu allen Standardwerken der Physik.

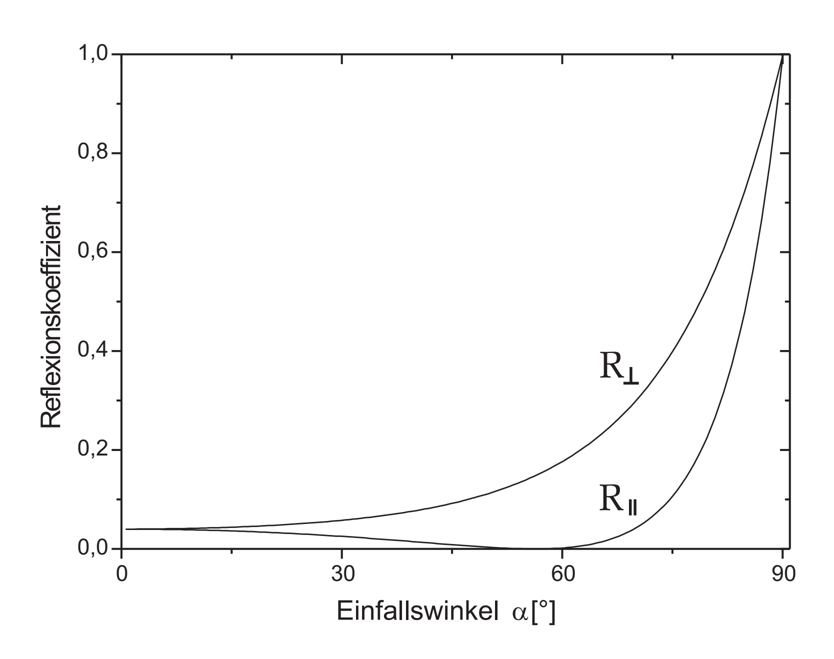


Abbildung 7: *Reflexionskoeffizienten $R_\perp$ und $R_{||}$. Den Berechnungen liegt ein Brechungsindex $n = 1,5$ zu Grunde. Für $\alpha \approx 56°$ verschwindet die Parallelkomponente, so dass das reflektierten Licht vollständig linear, senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist (Gesetz von Brewster).*

Komponente, die senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist. Die Parallelkomponente verschwindet. Dieser Winkel entspricht dem Brewsterwinkel nach Gleichung (7): $\tan\alpha_B = 1,5 \Rightarrow \alpha_B \approx 56°$.

Die Fresnel'schen Formeln sind nur dann gültig, wenn Licht auf ein unendlich ausgedehntes Medium trifft. Im Praktikum werden Sie aber Messungen an einer planparallelen Glasplatte endlicher Dicke durchführen, bei der gemäß Abbildung 8 Mehrfachreflexionen auftreten. Ist R der Reflexionskoeffizient, d.h. der Bruchteil der einfallenden Intensität, die an **einer einzelnen** Grenzschicht reflektiert wird und T der Transmissionskoeffizient[2], d.h. der Bruchteil der im Medium an **einer einzelnen** Grenzschicht gebrochen wird, so gilt für die **ge-**

[2]Die folgenden Aussagen gelten sowohl für $R_{||}, R_\perp$ bzw. für $T_{||}, T_\perp$.

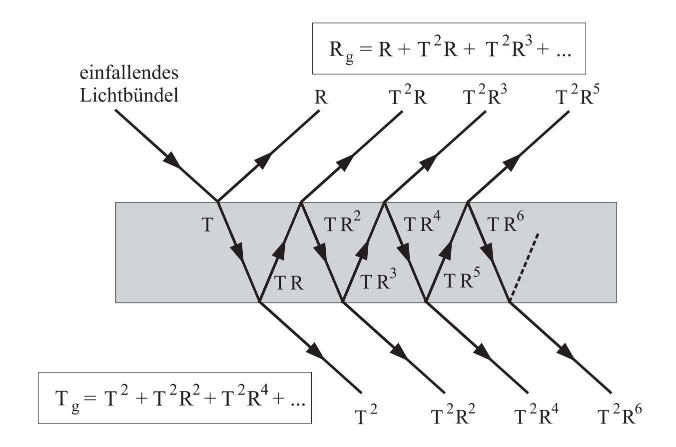


Abbildung 8: *Mehrfachreflexionen an einer planparallelen Platte.*

samte reflektierte Intensität R_g bzw. transmittierte Intensität T_g:

$$R_g = R + T^2R + T^2R^3 + T^2R^5 + ... = \frac{2R}{1+R} \quad (17)$$

$$T_g = T + T^2R^2 + T^2R^4 + T^2R^6 + ... = \frac{T}{2-T}. \quad (18)$$

Im Anhang in Abbildung 15 ist Gleichung (17) bzw. die Funktion $R(R_g)$, grafisch aufgetragen. Mit Hilfe dieses Diagramms können Sie aus Ihren gemessenen Werten R_g, den Reflexionskoeffizient R (bzw. $\rho = \sqrt{R}$) an einer einzelnen Grenzschicht bestimmen.

V.3.2 Mikroskopische Deutung des Gesetz von Brewster

Das Gesetz von Brewster lässt sich mit Hilfe der Abstrahlcharakteristik eines Hertz'schen Dipols erklären. Fällt linear polarisiertes Licht auf Materie, so werden die Atome zu Dipolschwingungen angeregt. Die Elektronen schwingen mit der Frequenz des einfallenden Lichts in Richtung des $\vec{E}$-Felds um die Atomrümpfe. Nach der klassischen Elektrodynamik strahlen oszillierende Ladungen selbst eine elektromagnetische Welle ab. Die Richtungsabhängigkeit der abgestrahlten Intensität ist in Abbildung 9a) dargestellt. Parallel zur Dipolachse wird keine Intensität abgestrahlt; senkrecht zur Dipolachse ist die abgestrahlte Leistung dagegen maximal.

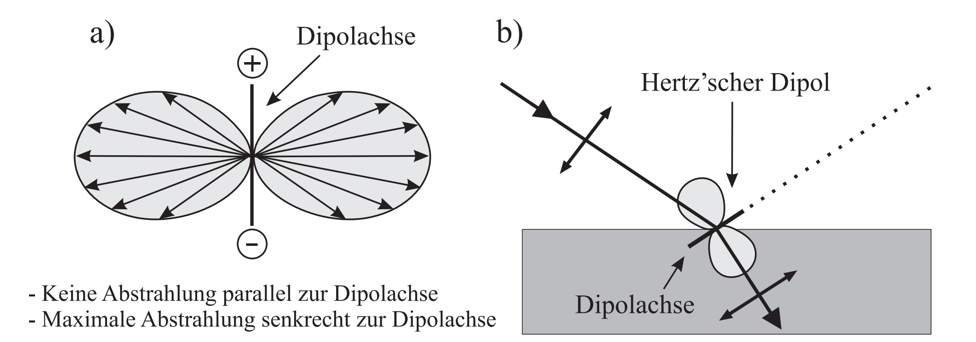


Abbildung 9: *a) Abstrahlcharakteristik eines Hertz'schen Dipols. b) Fällt linear polarisiertes Licht, das parallel zur Einfallsebene schwingt, unter dem Brewsterwinkel auf eine Grenzfläche, so wird in Richtung der Dipolachse keine Intensität abgestrahlt. Das reflektierte Lichtbündel verschwindet.*

Nun gibt es genau einen Einfallswinkel, nämlich den Brewsterwinkel, bei dem das reflektierte Lichtbündel senkrecht zum gebrochenen Lichtbündel orientiert ist. Ist das einfallende Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert (Abbildung 9b), so zeigt die Dipolachse in Richtung des reflektierten Lichtbündels. Allerdings strahlt ein Hertz'scher Dipol in diese Richtung keine Intensität ab, so dass das reflektierte Lichtbündel verschwindet. Anders ist die Situation, wenn das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist. In diesem Fall ist auch die Dipolachse senkrecht zur Einfallsebene orientiert, so dass stets eine nichtverschwindende Intensität abgestrahlt wird.

V.4 Polarisation durch Doppelbrechung

In vielen Kristallen und auch in anisotropen Stoffen (z.B. Kunststofffolien, die in eine Richtung gestreckt sind oder Plexiglas, das unter mechanischer Spannung steht) können die optischen Eigenschaften in den einzelnen Raumrichtungen unterschiedlich sein. (Foto Kalkspat) Trifft beispielsweise ein unpolarisiertes Lichtbündel senkrecht auf einen Kalkspat-Kristall[3], so beobachtet man, dass das Licht im Kristall in zwei Teilbündel aufgespaltet wird. Hinter dem Kristall verlaufen beide Bündel parallel, aber versetzt zueinander (Abbildung 10). Nach dem Brechungsgesetz erwartet man, dass bei senkrechtem Lichteinfall, das Licht nicht gebrochen wird, sondern das Medium geradlinig durchdringt. Offenbar gilt dies im Kalkspat-Kristall nur für eines der Lichtbündel, das andere wird im Medium abgelenkt. Das Lichtbündel, welches sich gemäß des Snellius'schen Brechungsgesetzes verhält, wird deshalb als **ordentlicher Strahl** bezeichnet. Für das andere Teilbündel gilt das Brechungsgesetz nicht, weswegen man es als **außerordentlichen Strahl** bezeichnet. Untersucht man die Polarisationsrichtung der beiden Teilbündel, so stellt man fest, das beide linear polarisiert sind, mit senkrecht zueinander orientierten Polarisationsrichtungen.

[3] Aufgrund der starken doppelbrechenden Eigenschaften, wird Kalkspat auch als **Doppel**spat bezeichnet.

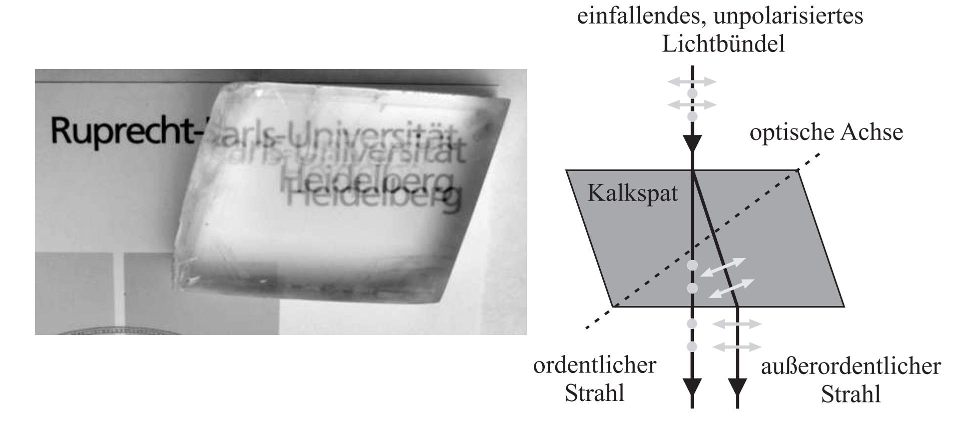


Abbildung 10: *Links: Doppelbrechung in einem Kalkspat-Kristall. Rechts: Nach dem Brechungsgesetz erwartet man bei senkrechtem Einfall, dass das Lichtbündel ungebrochen den Kristall durchdringt. Dies gilt aber nur für den ordentlichen Strahl. Der außerordentliche Strahl wird im Kristall abgelenkt.*

Die Ursache dieser Erscheinung ist auf die Abhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit bzw. des Brechungsindex[4] von der Polarisationsrichtung zurückzuführen. Ordentliches Licht breitet sich im Kristall in allen Raumrichtungen mit der gleichen Geschwindigkeit aus. Für außerordentliches Licht, welches ja senkrecht zum ordentlichen Licht polarisiert ist, hängt dagegen die Geschwindigkeit von der Ausbreitungsrichtung im Kristall ab. In sogenannten optisch einachsigen Kristallen (z.B. Kalkspat) gibt es allerdings eine ausgezeichnete Richtung, in welcher die Ausbreitungsgeschwindigkeit für beide Lichtbündel, d.h. unabhängig von der Polarisationsrichtung, gleich groß ist. Diese Richtung

[4] $n = c_v/c$, c_v: Vakuumlichtgeschwindigkeit

wird als **optische Achse** des Kristalls bezeichnet. Fällt Licht parallel zur optischen Achse ein, so tritt keine Doppelbrechung auf! Für alle anderen Einfallsrichtungen hängt dagegen die Ausbreitungsgeschwindigkeit und damit auch der Brechungsindex von der Polarisationsrichtung des Lichts ab.
Wirft man einen Stein in einen See, so breiten sich radial von der Einschlagstelle kreisförmige Wellen aus. Ähnliches gilt für die Ausbreitung das ordentlichen Lichts im Kristall. Da die Geschwindigkeit c_o in allen Raumrichtungen gleich groß ist, beschreiben die Wellenflächen eine Kugelschale mit dem Radius c_o. Für außerordentliches Licht ist dies nicht der Fall. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit parallel zur optischen Achse beträgt zwar ebenfalls c_o, senkrecht dazu ist die Geschwindigkeit aber $c_{ao} \neq c_o$. Die Wellenflächen sind daher keine Kugeloberflächen, sondern beschreiben die Oberfläche eines Rotationsellipsoids mit den Achsen c_o und c_{ao} (Abbildung 11a).
Je nachdem, ob die Geschwindigkeit des außerordentlichen Lichts größer oder kleiner der Geschwindigkeit des ordentlichen Lichts ist, unterscheidet man noch zwischen einachsig-negativen Kristallen (z.B. Kalkspat) oder einachsig-positiven Kristallen (z.B. Quarz).
Das Prinzip der Doppelbrechung lässt sich sehr einfach mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips geometrisch konstruieren. Nach Huygens geht von jedem Punkt der einfallenden Wellenfront eine Elementarwelle aus. Für ordentliches Licht sind dies Kugelwellen, für außerordentliches Ellipsoidwellen, bzw. in der Zeichenebene in Abbildung 11b, Kreise und Ellipsen. Die resultierenden Wellenfronten ergeben sich dann aus aus den Schnittpunkten der Tangentialflächen mit den Elementarwellen.

V.5 Verzögerungsplatten

Wird aus einem doppelbrechenden Kristall eine planparalle Platte geschliffen, die so orientiert ist, dass die optische Achse in der Oberfläche liegt (Abbildung 12a), so tritt bei senkrechtem Lichteinfall **keine räumliche** Aufspaltung des Lichts auf. Das gesamte einfallende Licht durchdringt das Plättchen ohne Ablenkung. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Kristall hängt allerdings von der Polarisationsrichtung ab. Licht, das senkrecht zur optischen Achse polarisiert ist, durchdringt den Kristall mit einer anderen Geschwindigkeit als Licht, das parallel dazu polarisiert ist. Wird die Dicke d des Kristalls so gewählt, dass die optische Weglänge für das langsame Licht um $\lambda/4$ länger ist, so ergibt sich ein sogenanntes $\lambda/4$-Plättchen.
Ein $\lambda/4$-Plättchen besitzt zwei charakteristische Achsen: Eine langsame Achse

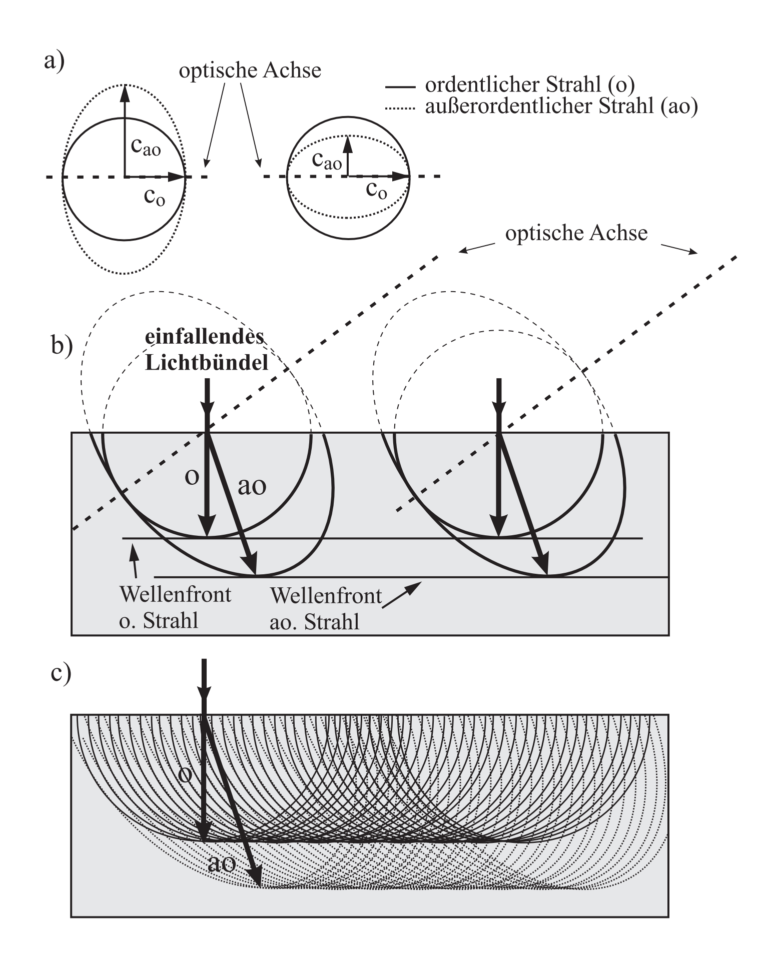


Abbildung 11: *a) Wellenflächen eines optisch einachsigen Kristalls. c_{ao}, c_o bezeichnen die Ausbreitungsgeschwindigkeit des außerordentlichen und ordentlichen Strahls. Links: Für $c_{ao} > c_o$ wird der Kristall als einachsig-negativ bezeichnet. Rechts: Einachsig-positiver Kristall, $c_{ao} < c_o$. b) und c) Konstruktion der Doppelbrechung für senkrecht zur Oberfläche einfallendes Licht nach dem Huygens'schen Prinzip. Die in den oberen Halbraum verlängerten Wellenflächen in Bild b) dienen nur der Verdeutlichung.*

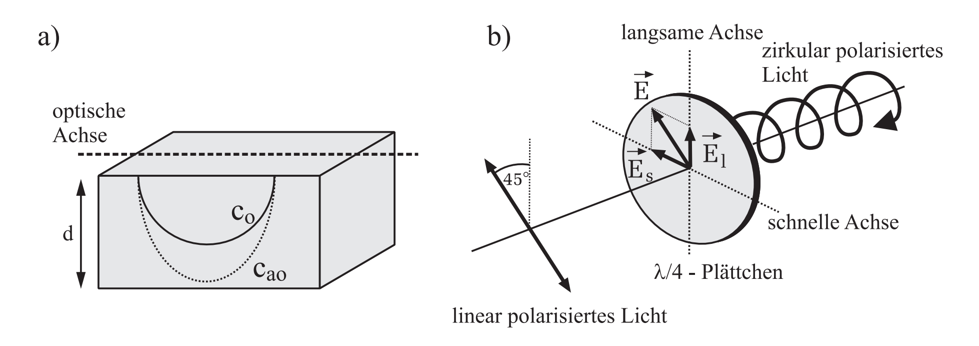


Abbildung 12: *a) Aufbau eines $\lambda/4$-Plättchens. b) Erzeugung von zirkular polarisiertem Licht durch ein $\lambda/4$-Plättchen: $\vec{E}_s$ bezeichnet den Anteil des einfallenden Lichts, das parallel zur schnellen Achse schwingt, $\vec{E}_l$ den Anteil der in Richtung der langsamen Achse polarisiert ist. Ist das $\lambda/4$-Plättchen unter einem Winkel von 45° in Bezug auf die beiden Achsen orientiert, so gilt: $|\vec{E}_l|=|\vec{E}_s|$. Da beide Anteile zudem eine Phasendifferenz von 90° besitzen, ergibt sich zirkular polarisiertes Licht.*

und eine schnelle Achse. Licht, das parallel zur schnellen Achse schwingt, breitet sich demnach schneller aus als Licht, das in Richtung der langsamen Achse polarisiert ist.

Mit einem $\lambda/4$-Plättchen lässt sich zirkular polarisiertes Licht erzeugen: Trifft linear polarisiertes Licht unter einem Winkel von θ=45° gemäß Abbildung 12b) auf das Plättchen, so entsteht zirkular polarisiertes Licht. Bei diesem Winkel ist der Anteil des $\vec{E}$-Feldes, welches in Richtung der schnellen Achse schwingt, genauso groß wie der Anteil, der parallel zur langsamen Achse schwingt. Hinzu kommt, dass die Komponente, die parallel zur schnellen Achse schwingt, der „langsamen Komponente“ um 90° vorauseilt (entspricht $\lambda/4$). Es liegt also eine Überlagerung zweier senkrecht zueinanderschwingender $\vec{E}$-Felder gleicher Amplitude vor, die zudem eine Phasenverschiebung von 90° aufweisen, d.h. zirkular polarisiertes Licht. Aufgrund dieser Eigenschaft wird ein $\lambda/4$-Plättchen auch als Zirkularpolarisator bezeichnet.

Ist die Orientierung des einfallenden Lichts ungleich 45°, so entsteht im Allgemeinen elliptisch polarisiertes Licht. Bei einer Polarisationsrichtung parallel zu einer der beiden Achsen, d.h. θ=0° bzw. θ=90°, erhält man nach dem $\lambda/4$-Plättchen wieder linear polarisiertes, aber phasenverschobenes Licht.

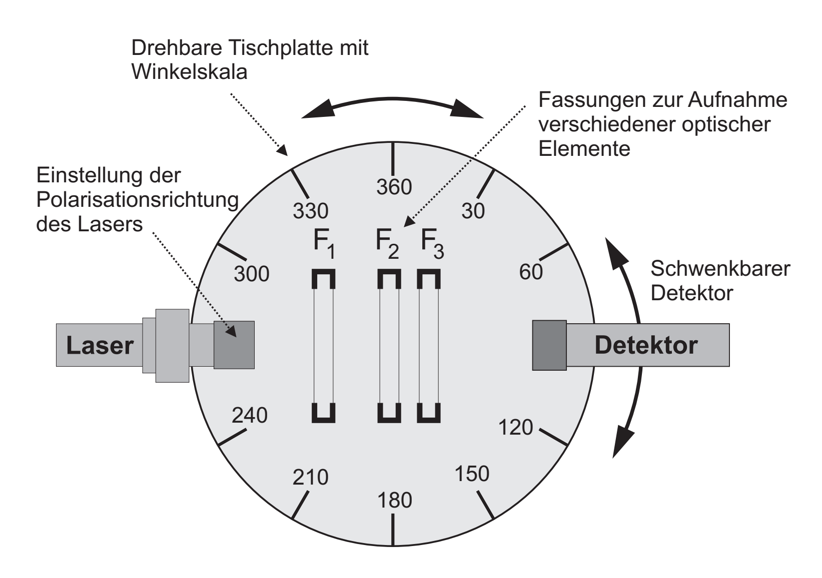


Abbildung 13: *Skizze des Versuchsaufbaus.*

VI Durchführung des Versuchs

Hinweise zum Versuchsaufbau:

Der Versuchsaufbau (Abbildung 13) besteht im Wesentlichen aus drei Komponenten: Dem Drehtisch mit einer Skala zum Vermessen der jeweiligen Winkel, einem Laser als Lichtquelle und einem Detektor zur Messung der Intensität des Lichts. Auf dem Drehtisch befinden sich drei Halterungen, die mit F_1, F_2, F_3 bezeichnet sind. In diese Fassungen werden während der Messungen verschiedene optische Elemente platziert:

F_1: Halterung für das $\lambda/4$-Plättchen
F_2: Halterung für die Glasplatten
F_3: Halterung für den Linearanalysator.

Als Lichtquelle dient ein linear polarisierter Diodenlaser mit einer Wellenlänge von $\lambda = 670$ nm (Halbwertsbreite: $\Delta\lambda = 1,5$ nm). Der Laser ist um die Strahlachse drehbar, so dass die Polarisationsrichtung unter den Winkeln 0°, 45° oder 90° zur Tischebene eingestellt werden kann. Um den Winkel zu verändern,

müssen Sie zunächst die rückseitigen Rändelschrauben der Laserbefestigung lösen und nach dem Drehen des Lasers wieder festschrauben.

Das Empfängerrohr mit eingebauten Fotoelement ist wie der Drehtisch um die Tischachse schwenkbar. Auf das Eintrittsfenster des Rohrs können zusätzlich noch diverse optische Elemente, wie Linearanalysatoren, $\lambda/4$-Plättchen etc. aufgesteckt werden. Das Empfangsrohr beinhaltet ein System von Blenden und Linsen, die das Streulicht unterdrücken. Zusätzlich befindet sich vor dem Fotoelement noch ein schmalbandiges Interferenzfilter, das auf die Laserwellenlänge abgestimmt ist, wodurch der Einfluss des Raumlichts weitgehend ausgeschaltet wird.

Die gemessene Lichtintensität wird an einem externen Gerät angezeigt. An dem Einstellregler links neben der Digitalanzeige können Sie die Signalverstärkung des Fotoelements einstellen. Mit dem Umschalter rechts neben der Anzeige, kann bei sehr kleinen Signalen die Auflösung der Anzeige um einen Faktor 10 erhöht werden. Das untere Analoginstrument dient nur zum bequemen Aufsuchen der Maxima. Auch hier können Sie den Anzeigebereich durch einen Schalter einstellen. **Bei allen Messungen sind stets die Werte der Digitalanzeige zu verwenden!**

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau

2. Überprüfung der Schwingungsebene des Lasers

Nach dem Gesetz von Brewster ist bei einem Einfallswinkel von $\tan \alpha_B = n$ das reflektierte Licht senkrecht zur Einfallsebene linear polarisiert. Montieren Sie in die Halterung F_2 die Fassung mit den Glasplatten und überprüfen Sie **qualitativ** mit Hilfe des Brewster-Gesetz, dass die Markierung der Schwingungsebene am Laser stimmt: Ist das einfallende Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert, so verschwindet die reflektierte Lichtintensität, falls der Einfallswinkel dem Brewsterwinkel α_B entspricht. Für α_B können Sie einen Winkel von 58° annehmen. Überprüfen Sie zusätzlich, dass die Durchlassrichtung des Analysators in Richtung der Messingschraube zeigt. Dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse im Protokollheft.

3. Fresnel'sche Formeln, Polarisation durch Reflexion

Entfernen Sie das $\lambda/4$-Plättchen und den Linearanalysator aus den Halterungen und stecken Sie den Träger mit den Glasscheiben in die Halterung F_2. Je nach Einbautiefe, fällt das Laserlicht entweder auf die obere (SF6-Glas) oder auf die untere Glasplatte (BK7). Es bleibt Ihnen selbst überlassen, welche Glasssorte Sie auswählen.

Durch Drehen des Tisches wird zunächst der gewünschte Einfallswinkel α an der Marke der Laserhalterung eingestellt. Zur Messung der Intensität des reflektierten Lichtbündels wird der Detektor in die gegenüberliegende Richtung geschwenkt (Einfallswinkel = Ausfallswinkel), wobei die exakte Position des Detektors um den eingestellten Winkel ein wenig variiert werden soll, so dass der Fotostrom maximal wird. Um die transmittierte Intensität zu bestimmen, wird der Detektor so gedreht werden, dass er dem Laser gegenübersteht. Auch hier muss die genaue Position des Detektors eventuell leicht nachjustiert werden, so dass ein maximaler Fotostrom gemessen wird.

Messen Sie den Fotostrom I_{Ph} als Funktion des Einfallswinkels α für das reflektierte (R) und für das durchgelassene Licht (T). Die Messungen sind sowohl für Laserlicht, das parallel ($||$) als auch vertikal ($\perp$) zur Einfallsebene polarisiert ist, durchzuführen (insgesamt vier Messreihen).

Der Fotostrom des einfallenden Lichts, $I_{Ph}(0)$ für $\alpha = 0°$, ist vor Beginn der Messung, ohne eingesetzte Glasplatte, mit Hilfe des Verstärkerreglers auf einen glatten Wert einzustellen und im Protokollheft zu notieren. Das Messprogramm für R_g und T_g sieht wie folgt aus:

	α	$\Delta\alpha$		α	$\Delta\alpha$		α
$R_g^{\|\|}$	10° - 50°	10°	$T_g^{\|\|}$	10° - 80°	10°	$R_g^{\perp}$, $T_g^{\perp}$	10°, 30°, 50°, 65°, 80°
	54° - 66°	2°					
	70° - 85°	5°					

Wobei R_g für den gemessenen Reflexionskoeffizient und T_g für den gemessenen Transmissionskoeffizient stehen:

$$R_g(\alpha) = \frac{I_{Ph}(\alpha)}{I_{Ph}(0)}, \qquad T_g(\alpha) = \frac{I_{Ph}(\alpha)}{I_{Ph}(0)} \qquad (19)$$

4. Gesetz von Malus

Positionieren Sie den Detektor zunächst so, dass dieser genau gegenüber dem Laser steht und schrauben Sie die Arretierung am Fuß des Tisches fest.

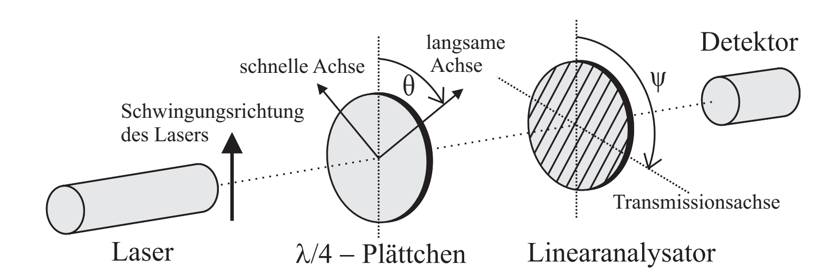


Abbildung 14: *Versuchsanordnung zu Aufgabe 5.*

Stecken Sie in die Halterung F_3 den Linearanalysator und stellen Sie die Schwingungsrichtung des Lasers senkrecht zur Tischebene ein. Messen Sie den Fotostrom I_{Ph} als Funktion des Winkels ψ zwischen $\vec{E}$-Vektor (Schwingungsrichtung des Lasers) und Analysator für $\psi = 0°$ bis 180° in Schritten von $\Delta\psi = 15°$.

5. Polarisation durch ein $\lambda/4$-Plättchen

Fällt linear polarisiertes Licht auf ein $\lambda/4$-Plättchen, so erhält man je nach Orientierungswinkel θ (Abbildung 14) entweder linear, zirkular oder elliptisch polarisiertes Licht.
Das vom Laser ausgehende linear polarisierte Licht trifft auf ein $\lambda/4$-Plättchen, dessen langsame Achse gegenüber der Schwingungsrichtung des Lasers um den Winkel θ variiert werden kann. Zum Nachweis der Polarisationsrichtung hinter dem Plättchen dient ein Linearanalysator, dessen Durchlassrichtung gegen die ursprüngliche Schwingungsrichtung um ψ drehbar ist. Für die Intensität $I = I(\psi)$ hinter dem Analysator ergibt sich mit dem Parameter θ:

$$I = \frac{E_0^2}{2}\left(\cos^2\theta\cos^2(\psi-\theta) + \sin^2\theta\sin^2(\psi-\theta)\right). \tag{20}$$

Als Student mit Hauptfach Physik sollten Sie diese Gleichung durch simple Vektorzerlegung herleiten können. Durch weitere Umformung erhält man:

$$I = \frac{E_0^2}{2}\left(1 + \cos 2\theta\,\cos 2(\psi-\theta)\right). \tag{21}$$

In dieser Aufgabe sollen Sie die Intensitätsverteilung (21) für unterschiedliche Orientierungen θ des $\lambda/4$-Plättchen messen.

Der Detektor muss wieder genau gegenüber dem Laser stehen. Stecken Sie in die Halterung F_1 das $\lambda/4$-Plättchen (langsame Achse zeigt in Richtung der Messingschraube) und in F_3 den Linearanalysator. Stellen Sie die Schwingungsrichtung des Laser senkrecht zur Tischebene ein. Messen Sie den Strom I_{Ph} als Funktion des Winkels ψ für unterschiedliche Orientierungen θ des $\lambda/4$-Plättchen. Das Messprogramm ist in folgender Tabelle dargestellt.

θ	ψ	Schrittweite $\Delta\psi$
90°	0° - 180°	30°
70°	0° - 180°	15°
45°	0° - 180°	15°
30°	0° - 180°	15°
0°	0° - 180°	30°

Es ist zu empfehlen, mit der Messung für $\theta = 90°$ zu beginnen und den Fotostrom mit Hilfe des Verstärkerreglers am Anzeigegerät für $\psi = 0°$ auf einen glatten Wert einzustellen (z.B. I_{Ph}=100 Skalenteile). Die Verstärkung darf danach nicht mehr verstellt werden.
Tragen Sie die Messwerte $I_{Ph}(\psi)$ in eine Tabelle in Ihr Protokollheft ein sowie direkt während der Messung auch grafisch auf ein Blatt Millimeterpapier auf (Abszisse: 0° bis 180°, Ordinate: 0 bis 100 Skalenteile). Damit Sie die einzelnen Messreihen besser voneinander unterscheiden können, sollten Sie für jede θ-Messreihe unterschiedliche Symbole verwenden ($\times, \triangle, \bullet, \circ, \diamond$, etc.).

VII Auswertung

Zu 3.
Fertigen Sie zwei Diagramme mit den gemessenen Reflexions- und Transmissionskoeffizienten an. In das eine Diagramm ist $R_g^{||}$ und $T_g^{||}$ als Funktion des Einfallswinkels α einzuzeichnen, in das zweite entsprechend $R_g^{\perp}$ und $T_g^{\perp}$. Diskutieren Sie den Verlauf der Kurven. Zusätzlich ist mit Hilfe von Gleichung (17) und Abbildung 15 ein weiteres Diagramm zu zeichnen, in dem $\rho_{||}$ und $\rho_{\perp}$ aufgetragen werden. Bestimmen Sie hieraus den Brewsterwinkel α_B sowie den Brechungsindex n für BK7 bzw. SF6. Vergleichen Sie den experimentellen Wert von n mit dem Literaturwert (siehe Kapitel Messaufbau).
Für $\alpha = 0°$ folgt aus den Fresnelchen Formeln (8) für $\rho_{||}$:

$$\rho_{||}(0) \equiv \rho_0 = \frac{n-1}{n+1} \quad \text{bzw.} \quad n = \frac{1+\rho_0}{1-\rho_0}. \tag{22}$$

Extrapolieren Sie in Ihrem Diagramm $\rho_{||}$ nach $\alpha = 0°$ und berechnen Sie aus $\rho_{||}(0)$ nach (22) den Brechungsindex der Glasplatte. Vergleichen Sie diesen Wert mit dem zuvor bestimmten Brechungsindex.

Zu 4.
Tragen Sie die Messwerte über ψ auf Millimeterpapier auf und vergleichen Sie die Kurve mit dem theoretisch zu erwartenden Verlauf.

Zu 5.
Tragen Sie die gemessenen Werte in ein Polardiagramm ein (Radius: I_{Ph}, Azimut: $\psi = 0°$ bis $360°$, Scharparameter: θ). Die einzelnen Kurven sind in den Bereich 180° bis 360° durch Spiegelung an der Symmetrieachse zu erweitern, d.h. wir nehmen an, dass $I_{Ph}(\psi)=I_{Ph}(\psi+180)$ gilt. Welche der Kurven entspricht der Intensitätsverteilung für linear, zirkular bzw. elliptisch polarisiertes Licht? Bestimmen Sie für jede Kurve die zu den Minima und Maxima von I_{Ph} gehörenden Winkel sowie die Länge der Hauptachsen I_{Min}, I_{Max} der Schwingungsellipse. Vergleichen Sie das experimentell bestimmte Achsenverhältnis mit dem theoretisch zu erwartenden Wert.
Hinweis: Den theoretischen Wert erhalten Sie durch Differentation von Gleichung (21) nach ψ und Bestimmung der Nullstellen:

$$\frac{I_{Min}}{I_{Max}} = \frac{1-\cos 2\theta}{1+\cos 2\theta}\,. \tag{23}$$

VIII Anhang

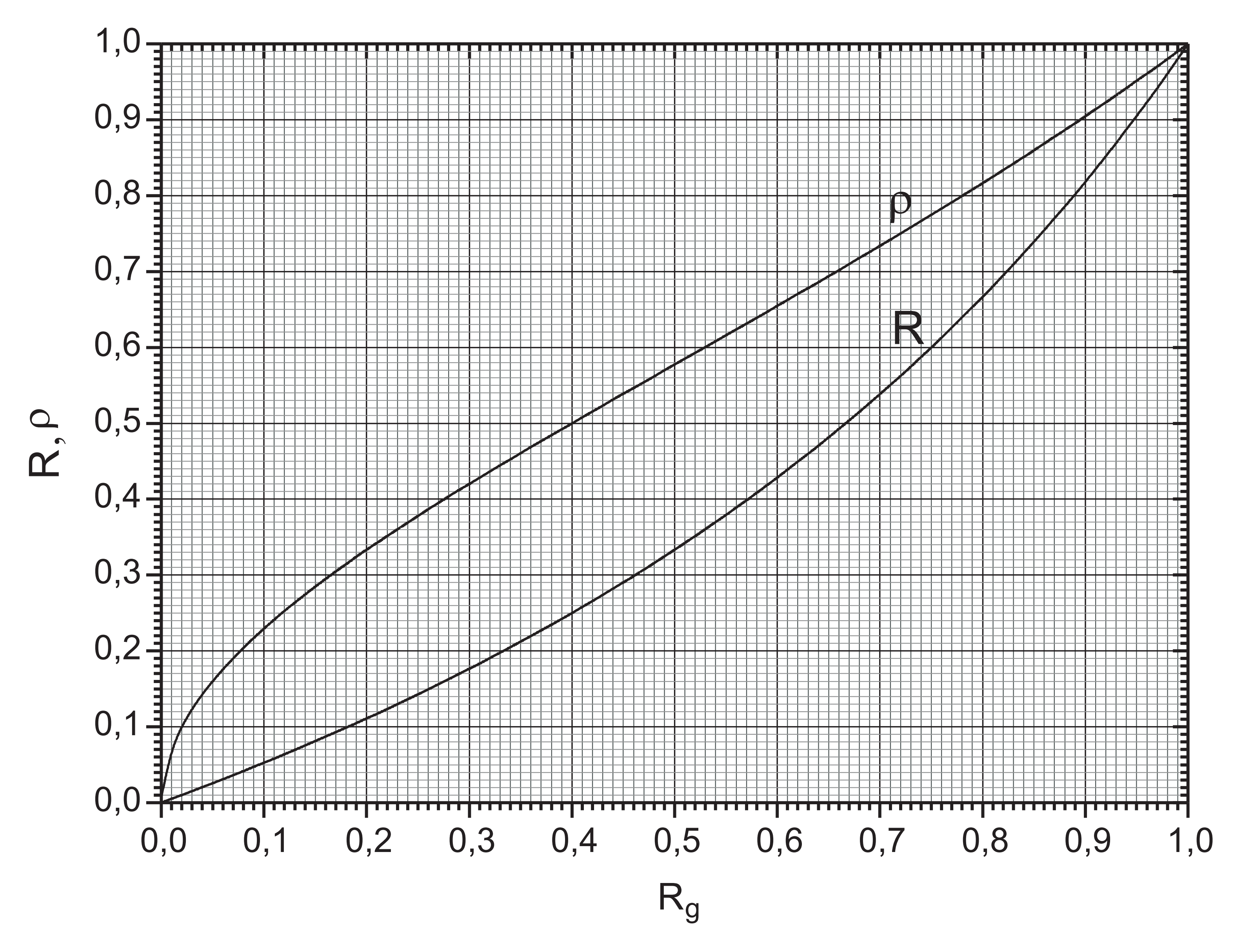


Abbildung 15: *Umrechnung zwischen dem gemessenen Reflexionskoeffizient R_g bei der Reflexion an einer planparallelen Platte und dem Reflexionskoeffizient an einer einzelnen Grenzschicht R, bzw. $\rho = \sqrt{R}$.*

Versuch 35
Fotoeffekt

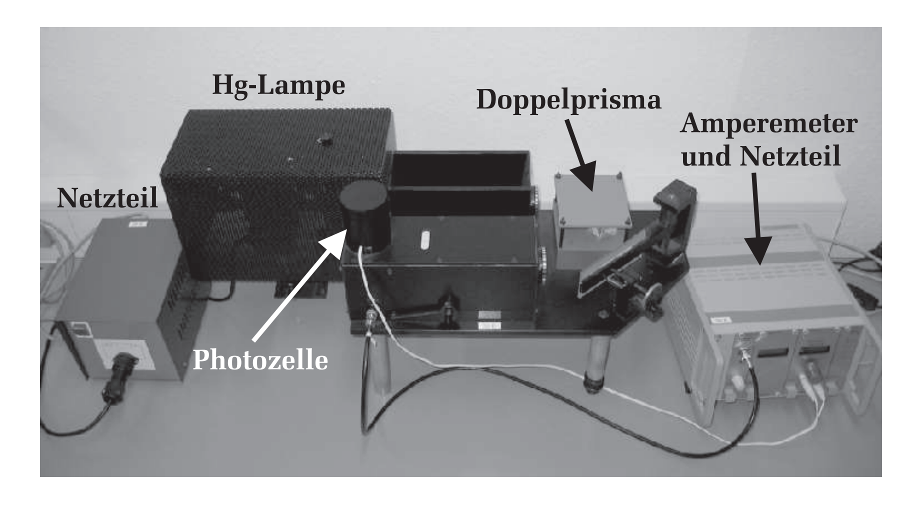


Abbildung 1: *Aufbau des Versuchs Fotoeffekt.*

I Messaufbau

- Spektrometeraufbau mit zwei Prismen und eingebauter Vakuumfotozelle
- Hg-Spektral-Lampe (befestigt am Spektrometer)
- Piko-Amperemeter mit eingebauter Spannungsquelle für die Gegenspannung
- Netzteil

II Literatur

- W. Walcher, *Praktikum der Physik*, B.G.Teubner Stuttgart,
- Standardwerke der Physik: Gerthsen, Bergmann-Schäfer, Tipler.

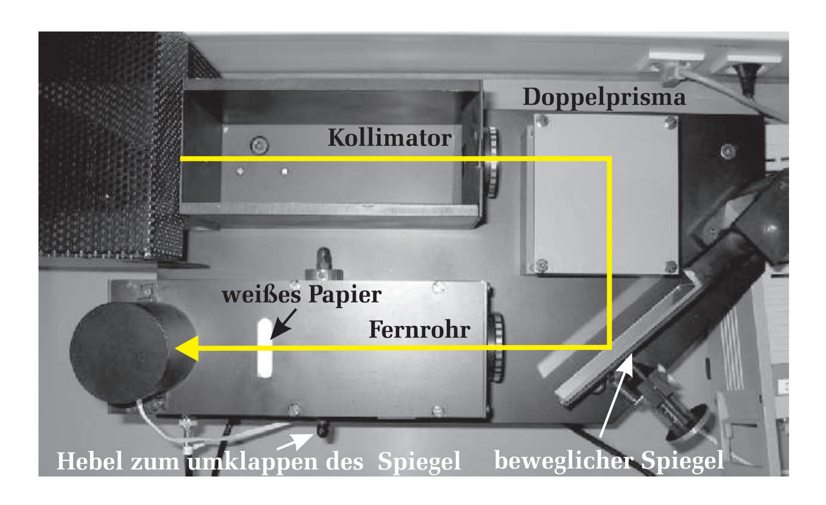


Abbildung 2: *Strahlengang im Spektrometer.*

- Homepage des Praktikums (http://www.physikpraktika.uni-hd.de).

III Vorbereitung

Bereiten Sie sich auf die Beantwortung von Fragen zu folgenden Themen vor: Fotoeffekt, Aufbau eines Prismenspektrometers.

Verständnisfragen:

1. Licht kann Elektronen aus Metallen auslösen. Geht das für jede Frequenz und für alle Metalle? Der Effekt wurde zuerst mit UV Licht beobachtet. Ist das Zufall?
2. Wovon hängt die kinetische Energie der ausgelösten Elektronen ab?
   - vom Metall?
   - von der Intensität des Lichts und damit vom E-Feld?
   - von der Wellenlänge des Lichts?
3. Erklären Sie die Einsteinsche Gleichung $h\nu = A + 1/2mv_e^2$. Warum haben beim Versuch nicht alle Elektronen dieselbe kinetische Energie?
4. Wo wird der fotoelektrische Effekt angewandt?

5. Warum ist der „Dunkelstrom“ bei hohen negativen Sperrspannungen negativ? Was würde passieren, wenn Sie den Anodenring direkt beleuchten würden?

IV Aufgabe

- Für drei starke Linien des Hg-Spektrums zwischen grün und nahem Ultraviolett ist die Grenzenergie der beim Fotoeffekt emittierten Elektronen mit der Gegenfeldmethode zu messen. Daraus ist das Planck'sche Wirkungsquantum h zu bestimmen.

V Grundlagen

Dieser Versuch demonstriert die Existenz von Lichtquanten. Die Emission von Elektronen bei der Bestrahlung von Metalloberflächen mit Licht zeigt folgendes Verhalten:

1. Die Elektronemission erfolgt erst für Licht mit einer Mindestfrequenz, die vom Metall abhängt (für die meisten Metalle wird UV-Licht benötigt).

2. Die Energie der emittierten Elektronen hängt nur von der Frequenz des Lichts ab und dem Metall, nicht aber von der Lichtintensität, wie klassisch erwartet, weil sie proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke der Lichtwelle ist.

Im Versuch wird die Emission von Elektronen aus einer Metalloberfläche nachgewiesen und die maximale Energie der Elektronen als Funktion der Lichtfrequenz gemessen.

Energie von Leitungselektronen im Metall:

Zum Verständnis des Fotoeffekts, müssen wir uns zunächst näher mit den elektronischen Eigenschaften der Metalle beschäftigen. Bei der metallischen Bindung geben die einzelnen Metallatome eine bestimmte Anzahl ihrer Valenzelektronen ab und bilden ein Metallgitter, bestehend aus positiv geladenen Atomrümpfen und delokalisierten Elektronen. Diese Elektronen können sich im ganzen Metall nahezu frei bewegen und werden als Leitungselektronen bezeichnet. Allerdings können die Leitungselektronen das Metallgitter nicht ohne weiteres verlassen. Sie sind im Metallgitter gebunden.

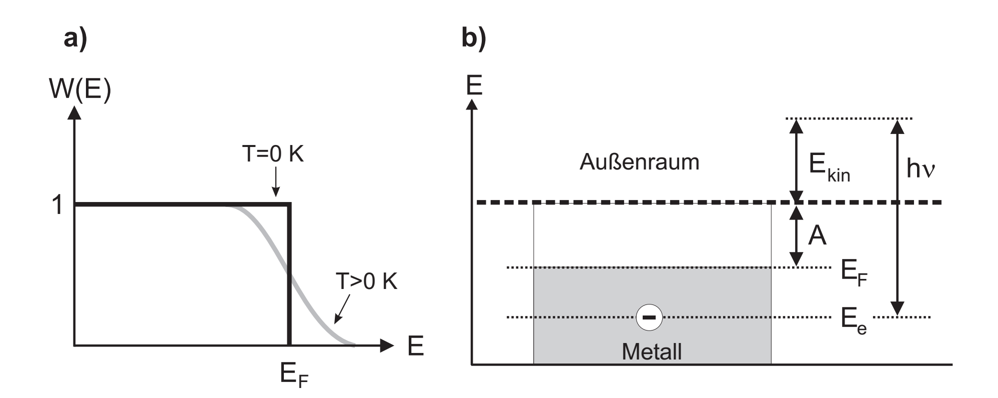


Abbildung 3: *a) Energieverteilung der Elektronen eines Metalls. b) Potenzialtopfmodell.*

Die Energie der Leitungselektronen eines Metalls unterliegt einer ganz bestimmten Verteilung (Fermiverteilung), die von der Temperatur des Metalls abhängt. Bei T=0K sind alle Energiezustände von Null bis zu einer Maximalenergie, die als Fermienergie E_F bezeichnet wird, besetzt. Solch eine Verteilung ist in Abbildung 3a) dargestellt. $W(E)$ bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron die Energie E besitzt. Bis zur Fermienergie ist die Besetzungswahrscheinlichkeit für alle Energien Eins, darüber Null. Die Verteilung besitzt daher bei der Fermienergie eine scharfe Kante (Fermikante). Bei Temperaturen über 0K ist die Fermikante „aufgeweicht“. Es gibt dann auch Elektronen mit Energien oberhalb der Fermikante. Dementsprechend sind einige Energieniveaus mit $E < E_F$ unbesetzt.

Die energetischen Verhältnisse sind anhand eines Potenzialtopfs in Abbildung 3b) dargestellt. Die Leitungselektronen sind im Metall gebunden und bevölkern dort kontinuierlich alle Energiezustände von Null bis zur Fermienergie. Um ein Elektron aus dem Metall herauszulösen, muss eine zusätzliche Energie aufgebracht werden. Die Energie, die benötigt wird um Elektronen von der Fermienergie aus, aus dem Potenzialtopf in den Außenraum zu bringen, wird als Austrittsarbeit A bezeichnet.

Trifft nun ein Photon mit der Energie $h\nu$ auf ein Leitungselektron der Energie E_e, so überträgt es seine Energie auf das Elektron, so dass dieses bei einer hinreichend großen Photonenenergie die Metalloberfläche verlassen kann und zudem noch eine kinetische Energie E_{kin} erhält. Aus dem Energiesatz folgt

dann:

$$h\nu = A + (E_F - E_e) + E_{kin}. \tag{1}$$

Die kinetische Energie der emittierten Elektronen ist am größten für Elektronen an der Fermikante, d.h. $E_e = E_F$. Diese maximale Energie

$$E_{kin}(max) = h\nu - A \tag{2}$$

kann durch Messung der Strom-Spannungskurve einer Fotozelle bestimmt werden. Das ist das Ziel des Experiments.

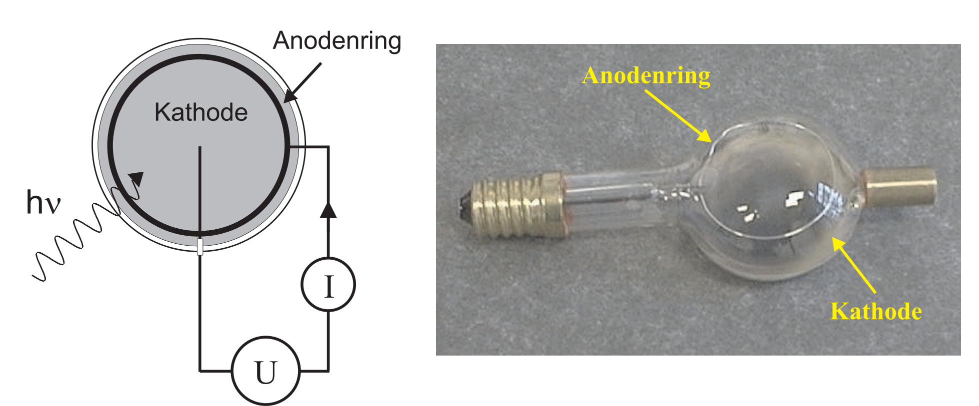


Abbildung 4: *Aufbau einer Fotozelle.*

Abbildung 4 skizziert den Aufbau einer Fotozelle. Die Innenseite eines evakuierten Glaskolbens ist auf einer Seite mit einem Metall (Kalium) welches eine geringe Austrittsarbeit besitzt, bedampft. Diese Metallfläche stellt die Fotokathode dar. Darüber, in einigen Millimetern Abstand, befindet sich die Anode die als dünner Drahtring ausgelegt ist.

Zwischen Anode und Kathode lässt sich eine Spannung U anlegen. Befindet sich die Anode auf positivem Potenzial, so erreichen alle aus der Kathode ausgelösten Fotoelektronen die Anode. Bei negativer Spannung nimmt der Fotostrom ab, da nur noch Elektronen mit höherer kinetischer Energie und damit grösserem E_e die Anode erreichen. Bei der Sperrspannung U_s wird der Strom schließlich Null, so dass auch die Elektronen an der Fermikante, mit $E_e = E_F$, die Anode nicht mehr erreichen.

Der Fotostrom ist daher konstant für positive Spannung, während er für negative Spannungen abnimmt. Bei $T = 0$K verschwindet der Fotostrom bei $U = U_s$. Tatsächlich nähert sich der Strom aber asymptotisch dem Wert Null, da es für $T > 0$K auch Leitungselektronen oberhalb der Fermikante gibt, deren Zahl allerdings mit dem Energieabstand von der Fermikante exponentiell abnimmt (Abbildung 5).

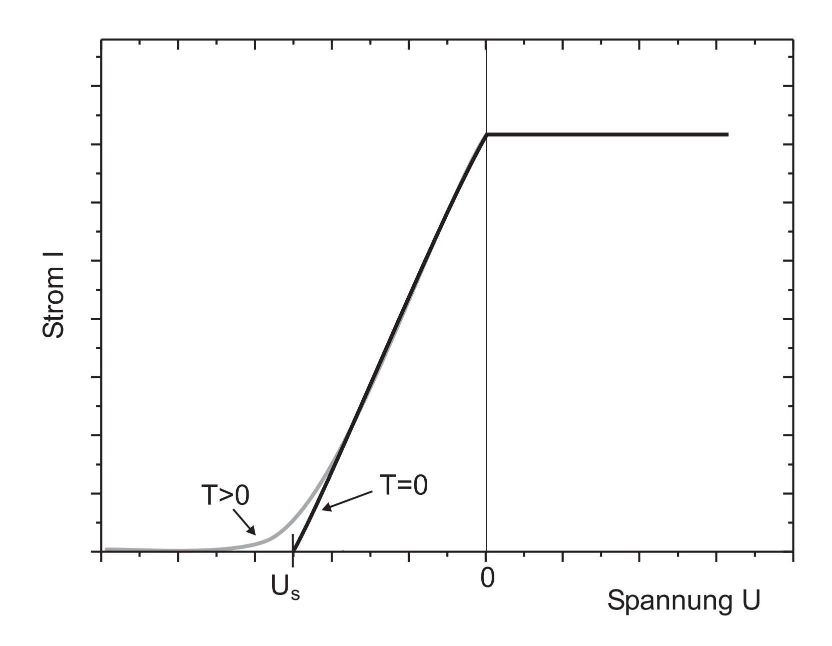


Abbildung 5: *Strom-Spannungskennlinie einer idealen Fotozelle.*

Im Versuch steht einer ebenen Kathode eine Ringeleketrode gegenüber. Daher ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Fotoelektronen auf die Anode treffen, selbst bei kleinen positiven Spannungen U klein. Es braucht eine hohe positive Saugspannung um alle Fotoelektronen dort zu sammeln, d.h. den Fotostrom in Sättigung zu bringen (Abbildung 6).

Zur Bestimmung von U_s müssen Sie wissen, welchen funktionalen Verlauf die Strom-Spannungskennlinie in der Nähe von U_s für $T > 0$ hätte. Dies hängt von der Geometrie von Anode und Kathode ab. Es lässt sich zeigen, dass für unsere Geometrie diese Funktion ungefähr $I \propto U^2$ ist. Daher wird bei der Auswertung

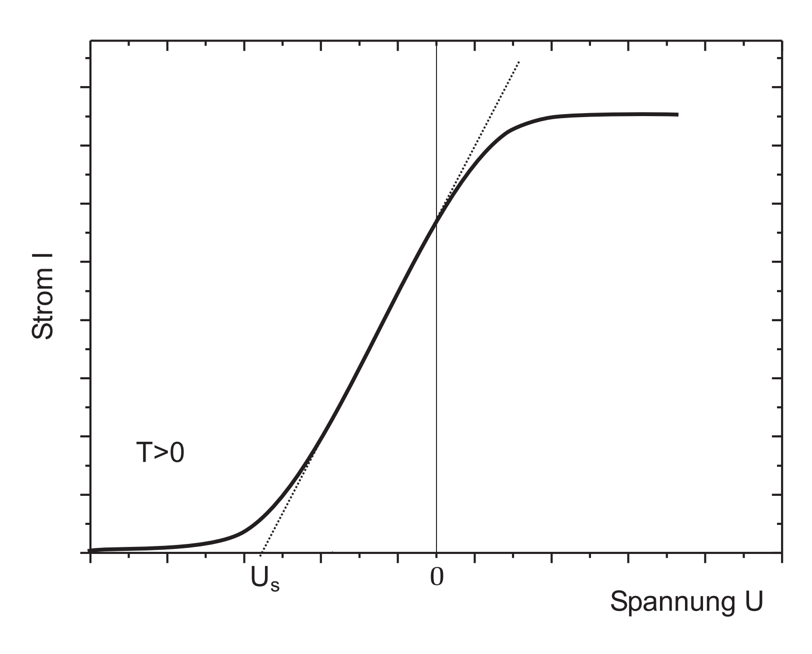


Abbildung 6: *Strom-Spannungskennlinie einer realen Fotozelle.*

$\sqrt{I}$ gegen U aufgetragen und eine Gerade zum Schnittpunkt $I = 0$ extrapoliert (Abbildung 7). Die Sperrspannung U_s ist dann gegeben durch

$$e\,U_s = E_{kin}(max) = h\nu - A \propto \sqrt{I}. \tag{3}$$

Zum Aufbau:

Auf einer Grundplatte ist ein Prismen-Spektralapparat aufgebaut. Um die Dispersion zu erhöhen, sind zwei gleichartige Flintglas Prismen hintereinander angeordnet. Anders als beim Versuch 33 oder 34 wird das Spektrum durch einen beweglichen Spiegel über den Eingang des „Fernrohrs" bewegt. In dem „Fernrohr"-Kasten ist der Austrittspalt eingebaut, hinter dem sich eine Fotozelle befindet, so dass die verschiedenen Spektrallinien einzeln auf die Fotokathode gelenkt werden können. Vor dem Austrittsspalt befindet sich in dem Kasten ein schwenkbarer Spiegel, mit dem das Licht zur Beobachtung auf einen eingebauten Schirm (= weißes Papier) gelenkt werden kann. Da normales Papier im UV fluoresziert, kann auf dem Schirm auch die UV-Linie bei 365,0 nm beobachtet werden.

Fällt Licht hinreichend großer Energie (Frequenz) auf die Fotokathode, dann werden daraus Elektronen mit einer kinetischen Energie von $E = h\nu - A$ ausgesandt. Ist der Ring über ein Amperemeter mit der Kathode verbunden, so fließt ein Strom. Im Versuch wird die Kathode (über das Piko-Amperemeter) geerdet und an den Ring eine Vorspannung gegen Erde gegeben. Ist diese Vorspannung hinreichend negativ, dann können keine Elektronen mehr auf dem Ring ankommen. Aus der linearen Abhängigkeit der hierzu benötigten Spannung mit der Frequenz kann dann die Planck'sche Konstante h bestimmt werden.

VI Durchführung des Versuchs

1. Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

2. Die Wartezeit nach dem Einschalten der Lampe, bis diese mit voller Intensität brennt, nutzen Sie zum **Eichen des Spektrometers**. Dazu schwenken Sie den Spiegel im Fotozellenkasten mit dem Hebel so nach oben, dass auf dem kleinen Schirm oben auf dem Kasten das Spektrum erscheint. Durch Drehen an der großen Rändelschraube können Sie den Spektrometer-Spiegel verstellen und die Linien über die Marke schieben, die die Lage des Spaltes angibt. Unter der Rändelschraube ist eine Skala und an dem Rand ein Nonius, womit Sie die Stellung des Spiegels bestimmen können. Führen sie eine Eichung durch, indem Sie die Spiegelstellung als Funktion der Frequenz (in THz) der Linien messen. Auf diese Weise können Sie die Linien den richtigen Frequenzen zuordnen.

   Linien des Hg-Spektrums
   Da das Auflösungsvermögen des Spektrometers nicht so gut ist, sind in der Tabelle nur die starken Linien vermerkt und benachbarte Linien zusammen gefasst (*).

Nr.	Wellenlänge (nm)	Frequenz (THz)	Farbe	Intensität
1	623,4	480,9	rot	mittel
2	578*	518,7	gelb	sehr stark
3	→546,1	549,0	grün	stark
4	491,6	609,8	blaugrün	mittel
5	→435,8	687,9	blau	stark
6	405*	740,2	violett	stark
7	→365,0	821,3	UV	stak

Nach dem Eichen klappen Sie den Fotozellenspiegel wieder aus dem Strahlengang, schließen das Amperemeter an die Kathode und die Vorspannung an den Ring an. Bei einigen Volt positiver Vorspannung messen Sie den Strom über die gelbe und grüne Linie in Schritten von 1/10 Umdrehung der Rändelschraube. Ihre Lage kennen Sie ja von der Eichung her. Die beiden Linien sind i.a. nicht sauber getrennt, auch kann die Lage des Strommaximum etwas von dem abweichen, was sie bei der Eichung fanden; das ist nicht beunruhigend.

Setzen Sie sich dann auf die grüne Linie (= grünen „Gipfel“ des eben gemessenen „Gebirges“) und messen Sie den Strom von U=+8 V nach -4 V in 0,5 V Schritten. Ab der Spannung, wo der Strom unter ca. 5 % bis 10 % des Wertes bei +8 V fällt, messen Sie über einen Bereich von ca. 1,0 V bis 1,5 V in 0,1 V Schritten.

Es genügt, die Strom-Spannungskennlinien für die mit einem Pfeil gekennzeichneten Linien bei 546 nm (grün), 436 nm (blau) und 365 nm (UV) zu messen.

Hinweis zur Durchführung:

Nehmen Sie jeweils einen Messpunkt bei U= +8 V und suchen sie dabei jeweils das Maximum des Fotostroms durch Drehung der Rändelschraube in kleinen Schritten. Das garantiert, dass sie die Linie zentral auf die Fotokathode abbilden. Nehmen Sie nun die Kennlinie ab U=+0,5 V in kleinen Schritten hin zu negativen Spannungen auf, bis zu Strömen unterhalb 10^{-11} A und dann noch den Untergrundstrom bei hoher Sperrspannung. (Der Untergrundstrom entspricht nicht dem Dunkelstrom eines optischen Detektors bei abgedeckter Lichtquelle.) **Diese**

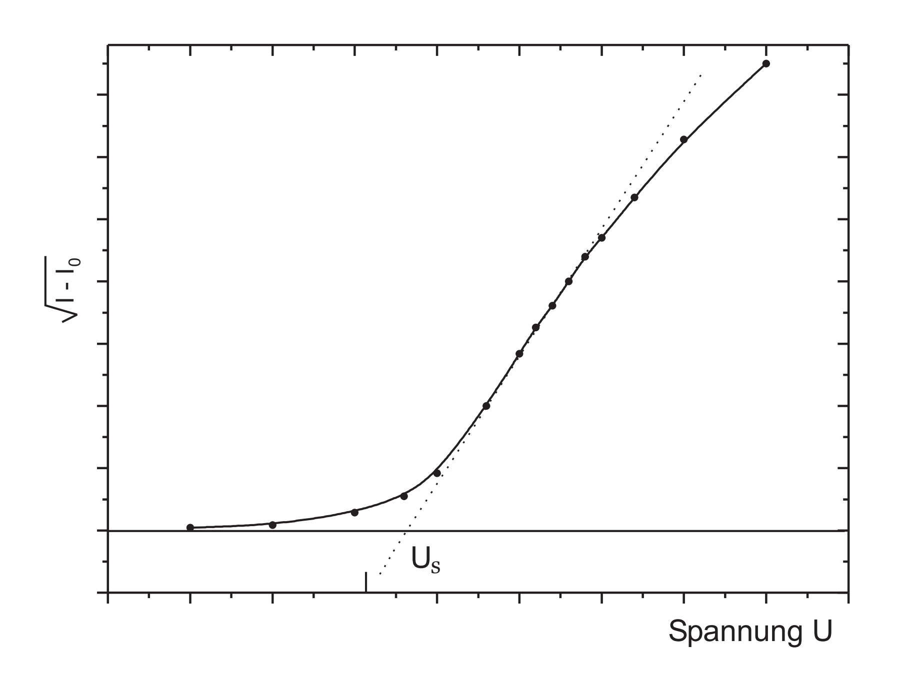


Abbildung 7: *Wurzel aus dem gemessenen Fotostrom abzüglich des Untergrundstroms als Funktion der Spannung.*

Messwerte (ab +0,5 V bis zur Sperrspannung) bitte sofort auch grafisch auftragen! Sie vermeiden damit Fehlmessungen und Ablesefehler.

Bitte beachten Sie, dass das Amperemeter im dem kleinsten Messbereich eine lange Zeitkonstante hat. Warten Sie die Endeinstellung ab! Der Strom wird in der Regel bei den höheren negativen Vorspannungen negativ werden; das Vorzeichen ist also zu beachten.

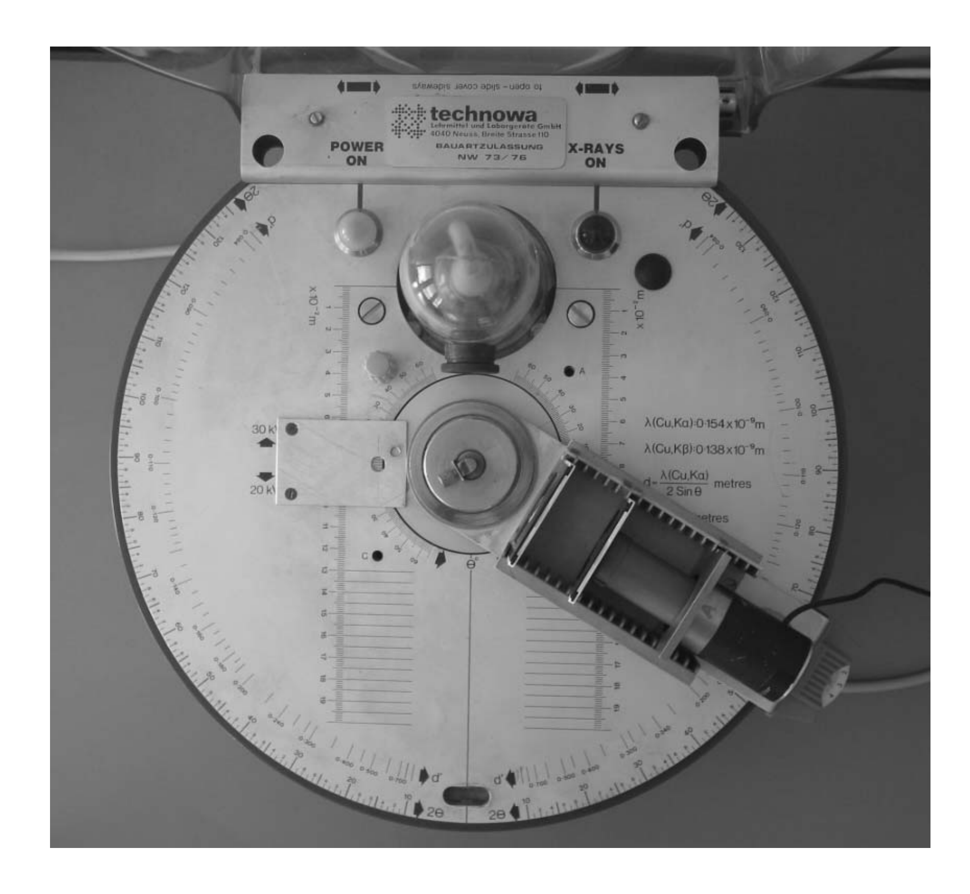
VII Auswertung

Die Ströme werden auf den Untergrundstrom I_0 (bei hohen negativen Gegenspannungen) korrigiert und aus den so erhaltenen Werten die Wurzel gezogen. Dazu ist es zweckmäßig, für jede Farbe eine Tabelle der nachfolgenden Art anzulegen (Musterzahlen aus einer Messung der violetten Linie); die ersten beiden Zeilen sind die Messwerte, die unteren beiden dann Ihre Auswertung.

$U[\mathbf{V}]$	+0,5	0,0	-0,2	-0,3	-0,4	...	-1,5	-2,0	-2,5
$I[\mathbf{10^{-10}A}]$	37,1	21,4	15,93	13,0	10,86	...	-0,051	-0,124	-0,129
$I - I_0$	37,2	21,5	16,06	13,13	10,99	...	0,080	0,007	0,002
$\sqrt{I - I_0}$	6,1	4,64	4,00	3,61	3,32	...	0,284	0,088	0,045

Nur die letzte Zeile wird graphisch aufgetragen. Für die grüne Linie sollte die gesamte Kennlinie bis + 8V gezeichnet werden. Ordinate: Wurzel aus dem Strom, Abszisse: Spannungen, wobei sich Kurven nach Abbildung 7 ergeben.
An den linearen Teil wird ein Lineal angelegt und aus dem Schnitt mit der Spannungsachse die Spannung extrapoliert, bei der die Elektronen gerade den Ring nicht mehr erreichen. Zur Bestimmung der Sperrspannung U_s zeichnen Sie für alle Linien (auch die grüne) nur den Bereich ab +0,5 V in vernünftigem Maßstab, so dass Sie die Steigung gut bestimmen können. Der Fehler von U_s wird dadurch bestimmt, wie stark Sie die Steigung der Ausgleichsgeraden innerhalb der Messfehler im linearen Bereich variieren können!
Zur Bestimmung der Planckschen Wirkungsquantums h muss nur die Steigung der Geraden „U_s gegen die Frequenz ν" bestimmt werden. (Nullpunkt für beide Achsen unterdrücken!).

255 Röntgenspektrometer



Ziel des Versuchs:
Mittels Braggreflektion an einem Einkristall wird ein Röntgenspektrum aufgenommen. Hieraus kann man den Gitterebenenabstand des Kristalls und das Planck'sche Wirkungsquantum bestimmen.

Nachzulesen unter:
Bragg-Reflexion, Röntgenspektren (Bremsstrahlung, charakteristische Röntgenstrahlung), Moseley'sches Gesetz, Balmer Formel.

Literatur: alle gängigen Lehrbücher der Physik

Verständnisfragen:
- Wie kann man die Planck-Konstante aus dem Bremsstrahlungspektrum abschätzen?
- Was ist die Balmer Serie, was ist das Moseleysches Gesetz ?
- Wann kommt es zu Bragg-Reflektion, wie lautet das Gesetz?
- Wie kann man mittels der Bragg-Reflektion die Gitterkonstante eines Festkörpers bestimmen?

Zubehör: 1 Teltron Röntgenspektrometer Tel-X-O-Meter mit Schaltkasten zur Regelung von Hochspannung und Strom
1 LiF-Kristall
1 Zählgerät BF-SG 11
1 Zählrohr Mullard

Aufgaben:
1.) Das Bragg'sche Gesetz ist zu bestätigen.
2.) a) Bei 25 kV Röhrenspannung ist das Röntgenspektrum einer Kupfer-Anode zu messen.
Aus dem kurzwelligen Ende ist die Planck'sche Konstante *h* abzuschätzen.
b) Die Reflexionswinkel für K_α und K_β sind für erste und zweite Ordnung zu messen und daraus die Wellenlängen dieser Linien zu bestimmen.
3.) Bei festem Braggwinkel von ca. 22° ist die Intensität als Funktion der Hochspannung zu messen und aus der Einsatzspannung *h* zu bestimmen.
4.) Aus der Gitterkonstanten, der Dichte und dem Molekulargewicht von LiF ist die Avogadro-Zahl zu berechnen.

Allgemeine Konstanten
(nach "Fundamentalkonstanten 1999", Physikalische Blätter, März 2000)
(Fehler jeweils kleiner als halbe Einheit der letzten Ziffer)

Avogadro-Zahl	$N_A = 6{,}0221 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Elementarladung	$e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C
Lichtgeschwindigkeit	$c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}$ m/sec
Planck-Konstante	$h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}$ J · sec

K-Linien von Kupfer

(die beiden Linien sind aufgespalten durch Feinstruktur, hier Mittelwerte)	$\lambda\ K\alpha = 154{,}18$ pm	8,041 keV
	$\lambda\ K\beta = 139{,}22$ pm	8,905 keV

Daten von LiF

Dichte	$\rho = 2{,}635$ g/cm^3
Molekulargewicht	$M = 25{,}94$ g
Netzebenenabstand	a/2 = 201,4 pm für unsere Anordnung

Gerätebeschreibung
Das verwendete Gerät ist als horizontales Zählrohr-Goniometer ausgeführt, mit schwenkbarem Messarm und einem Probenträger in der Drehachse. Die Drehwinkel von Messarm und Probenträger sind im Verhältnis 2:1 gekoppelt, so dass beim Nachweis der Bragg-Reflexe und bei der Aufnahme von Röntgenspektren das auf dem Messarm befestigte Zählrohr immer die richtige Position zum Auffangen der Reflexe hat, d.h. die Probennormale halbiert stets den Winkel zwischen Primärstrahlrichtung und der Richtung der reflektierten Strahlung. Die Kopplung Messarm-Probenträger ist lösbar. Der Messarm ist mit einem Diamagazin ausgerüstet, in das Diarähmchen eingeschoben werden können, die das Messzubehör enthalten. Die Röntgenröhre (Kupferanode, maximal 30 kV, 80 μA) hat ein dünnes Austrittsfenster. Sie ist zur Abschirmung von einem Bleiglasdom umgeben, in dem Kollimatoren eingesetzt werden. Kristalle oder Streukörper werden mit einer Schraubklemme auf den Probenträger befestigt.
In das Gerät ist vor der Röntgenröhre ein 1 mm breiter, in den Messarm nach der Achse ein 3 mm breiter und vor dem Zählrohr ein 1 mm breiter Bleispalt eingesetzt. Hinter diesem Spalt, der 6,5 cm von der Drehachse entfernt ist, befindet sich ein Zählrohr zum Nachweis der Strahlung. In dem Probenhalter befindet sich der LiF-Kristall. Alle diese Teile verbleiben in der Apparatur und sollten nicht entfernt

werden. Die Hochspannung des Zählrohrs wird auf 500 V eingestellt. Die Bedienung des Zählgeräts ist bei 250 beschrieben.
Durch Locker-Drehen der Rändelschraube um den Probenhalter wird die Kopplung zwischen Messarm und Probenhalter gelöst. Der Probenhalter kann dann bei ca. 13°- 14° mit einem Stift arretiert werden. Der Winkelwert ist je nach Gerät etwas verschieden. Am Messarm ist außen ein Feineinstellungs-Rädchen mit Rutschkupplung angebracht, mit dem in 10' Schritten die Winkelwerte interpoliert werden können.
Die eigentliche Apparatur ist mit einer Plexiglashaube abgedeckt, die zum Öffnen seitlich verschoben werden kann. Die Hochspannung kann durch den eingebauten Sicherheitsschalter nur bei geschlossener Haube in Mittelstellung eingeschaltet werden. (Evtl. vom Assistenten zeigen lassen.)
Zur Hochspannungserzeugung und für die Kathodenheizung wird je von einer stabilisierten Gleichspannung ausgegangen. Hochspannung und Emissionsstrom können daher weitgehend unabhängig voneinander eingestellt werden. Ein Zeitschalter mit einer maximalen Schaltzeit von einer Stunde (Vorderseite des Gerätes) verhindert einen unkontrollierten Dauerbetrieb; bei Messreihen, die länger als eine Stunde benötigen, ist daher vor Ablauf der Stunde der Zeitschalter hochzudrehen, um ein Abschalten zu verhindern
In dem Schaltkasten befinden sich die Regler für den Röhrenstrom und die Hochspannung, sowie die Schalttaster zum Ein- und Ausschalten der Hochspannung. Die Anzeige kann zwischen Strom (μA) und Spannung (kV) umgeschaltet werden.

Durchführung:
+++ Kristall nicht berühren oder ausbauen +++

1.) Öffnen Sie den Deckel des Geräts und lockern Sie die große Messing-Rändel-Mutter auf der Achse des Probenhalters. Stellen Sie diesen so ein, dass Sie den Arretierungsstift durch das Loch stecken können. Der Halter ist dann bei $\theta \approx 13°$ arretiert (ablesen). Den Arm stellen Sie nun auf einen <u>glatten</u> Winkelwert nahe $2\ \theta$ und zugleich das Feineinstellungsrädchen auf Null ein. Schließen Sie den Deckel und stellen Sie ca. 20 kV, 50 μA ein. Suchen Sie durch Hin- und Herbewegen des Armes akustisch grob das Maximum. Im Bereich von ca. ± 2° um diesen Wert messen sie die Zählrate pro 30 Sekunden in Winkelschritten von 10' (für $2\ \theta$). Dabei bewegen Sie den Arm nur durch Drehen an dem Rädchen. Werte sofort aufzeichnen und das Maximum* der Kurve bestimmen. Diesen Wert

* Nach Augenmaß Ausgleichskurve durch Messpunkte legen!

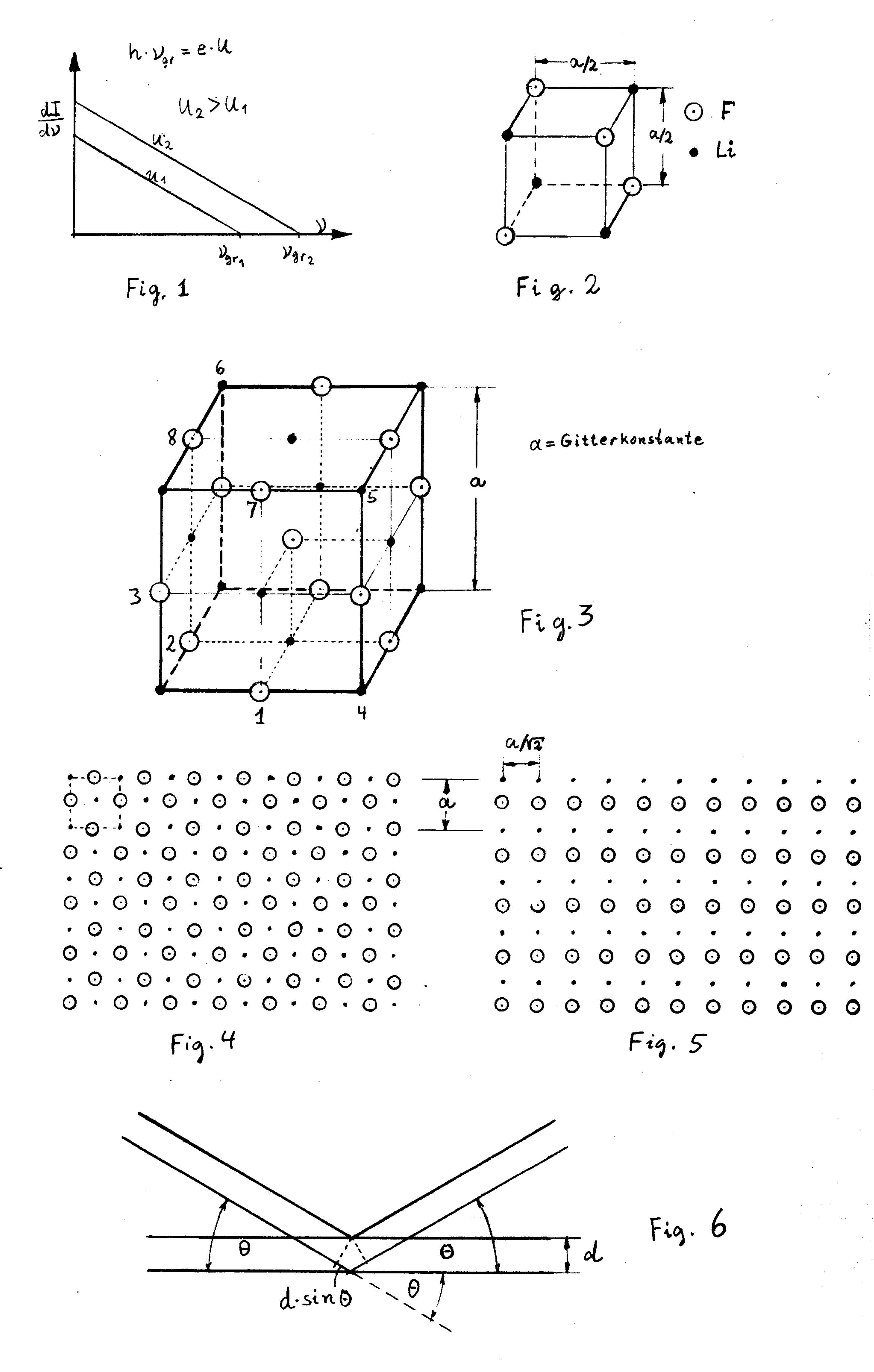


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6

stellen Sie dann nach Öffnen des Deckels am Rädchen ein, halten den Arm fest und ziehen die Messingschraube wieder an. Arretierungsstift entfernen.
Nochmals einschalten und Intensität kontrollieren. Sie haben damit das Spektrometer für Reflexion an Netzebenen parallel zur Kristalloberfläche eingestellt. Es ist wesentlich, dass diese Einstellung sorgfältig geschieht, da dadurch automatisch ein möglicher Fehler zwischen den Skalen an der Probenhalterung und am Rande ausgeglichen wird.

2.) Stellen Sie nun die Hochspannung auf genau 25 kV und den Röhrenstrom auf ca. 60 µA ein. Diese Werte sind dann während der Messung durch Nachregeln immer konstant zu halten. Schalten Sie am Zählgerät das Ratemeter* (oder den Lautsprecher) ein und fahren Sie langsam den Arm durch den Winkelbereich von ca. 12° - 120°. (Beachten Sie, dass der Winkel, den Sie ablesen und der hier gemeint ist, der doppelte Braggwinkel ist!) Merken Sie sich dabei die Winkel, bei dem das Spektrum einsetzt, und bei denen die charakteristischen Linien liegen. (2 Linien je in erster und zweiter Ordnung).ˣ

a) Messen Sie von 12° - 16° in 0,5° Schritten, danach bis $2\ \theta = 50°$ in Schritten von 2° die Zählrate pro 30 sec., darüber in 5° Schritten je 1 min. Bestimmen Sie die (ungefähre) Lage der charakteristischen Linien (mit Ratemeter) und dann die Zählrate dort. In einem Diagramm tragen Sie die Zählraten über dem Winkel für das Gesamtspektrum auf. (Da die charakteristischen Linien sehr "herausragen", genügt es, wenn Sie deren Ort auf der Abszisse vermerken und die Zählrate dazuschreiben). Den Beginn der Kurve (12° - 16°) tragen Sie nochmals getrennt auf.

b) Messen Sie in 10' Schritten die charakteristischen Linien in erster und zweiter Ordnung n pro 10 sec.; dabei ist es zweckmäßig, bei denen erster Ordnung den Röhrenstrom auf ca. 20 µA zu reduzieren, um Zählratenverluste durch die Totzeit des Zählrohrs zu vermeiden.
Zur Messung der Winkel benutzen Sie wie bei 1) das Feineinstellungsrädchen.

3.) Stellen sie den Arm auf $2\ \theta = 22°$ ein. Messen Sie dann bei 60 µA als Funktion der Hochspannung die Zählrate pro 30 sec, zunächst von 13 kV an in Schritten von 0.5 kV für den Untergrund, dann im Anstieg in Schritten von 0.2 kV für

* Umschalter Hochspannung/Ratemeter unter dem Anzeige-Instrument
ˣ Wenn Sie dafür mehr als eine Minute opfern, erspart Ihnen das u.U. später eine Stunde Messen!

weitere 2 kV. Tragen sie die Kurve samt statistischer Fehler gleich auf, damit Sie sehen, wo noch Punkte gemessen werden müssen.

Auswertung:

Zu 1.) Auftragen der Kurve mit statistischen Fehlern. Ist die Bragg'sche Reflexionsbedingung erfüllt?

Zu 2.) a) Extrapolieren sie den einigermaßen geraden Anstieg am kurzwelligen Ende bis zum Untergrund. (Versehen Sie die betreffenden Punkte mit statistischen Fehlern.) Bestimmen Sie so die Grenzwellenlänge des Bremsspektrums von 25 kV und daraus die Plank'sche Konstante *h.* Zeichnen sie das gemessene Übersichtsspektrum. Rechnen sie sich aus der Stelle des Beginns des Spektrums aus, ab welchem Winkel das Spektrum zweiter Ordnung einsetzt.

b) Zeichnen Sie die Zählrate über $2\ \theta$ für die vier Linien auf und bestimmen sie die Wellenlänge von K_α, K_β aus den Messungen in beiden Ordnungen. Für K_α in erster Ordnung bestimmen Sie die Breite in halber Höhe. Schätzen Sie auch aus der Lage und Breite des Spaltes vor dem Zählrohr das erwartete Auflösungsvermögen ab und vergleichen Sie.

Zu 3.) Bestimmen Sie hier durch Extrapolation die Einsatzspannung d.h. die Spannung, oberhalb der es Quanten der Wellenlänge gibt, die zu $2\ \theta = 22°$ gehört. Berechnen Sie wieder *h*.
Theoretisch ist diese sog. Isochromatenmethode, die hier zur *h*-Bestimmung benutzt wird, der Extrapolation des kurzwelligen Endes des Spektrums bei 2a) äquivalent. Die Spektrumsextrapolation ist aber in der Praxis ungenauer, da dort Messpunkte unterschiedlicher Wellenlänge benutzt werden, die individuell z.B. auf Eigenabsorption in der Antikathode, dem Röhrenfenster usw. sowie auf das unterschiedliche Reflexionsvermögen des Kristalls korrigiert werden müssten.

Zu 4.) Berechnung der Avogadro Zahl. Wenn man eine Röntgenwellenlänge aus anderen Quellen sehr genau kennt, dann ist dies eine gute Methode zur Bestimmung von N_A. Historisch haben von Laue, Friedrich und Knipping 1912 mit Beugung an Kristallen, deren Gitterkonstanten man ja aus Dichte, N_A und M ausrechnen konnte, die Wellenlänge der Röntgenstrahlen bestimmt.

Grundlagen

Wenn hochenergetische Elektronen (z.B. beschleunigt durch eine Spannung *U*) auf Materie fallen, werden diese im Feld der Atomkerne abgelenkt, d.h. beschleunigt. Dadurch strahlen die Elektronen die Bremsstrahlung, ein kontinuierliches Spektrum, ab. Da ein Elektron maximal seine ganze kinetische Energie an ein Röntgenquant abgeben kann, gibt es eine obere Grenzfrequenz: $E_{kin} = h \cdot \nu_{gr}$ (bzw. eine kürzeste Wellenlänge $\lambda_{gr} = c / \nu_{gr}$). Für eine Röhren-Anode, die die Elektronen völlig stoppt, dagegen die Röntgenquanten nicht abschwächt, erhält man eine Dreieck-Verteilung der Intensität pro Frequenz-Intervall wie in Fig. 1 für einige Spannungen symbolisch angegeben (Intensität = Energie/Fläche). Praktisch wird das Spektrum dadurch verformt, dass die niederenergetischen Quanten bereits in der Anode oder dem Glas der Röhre absorbiert werden.

Diesem Bremsspektrum überlagert sich das sog. charakteristische Spektrum der Anode. Durch die ankommenden Elektronen und die Bremsstrahlung werden nämlich durch Ionisation auch Elektronen aus inneren Schalen der Atome des Anodenmaterials entfernt. Beim Auffüllen der Lücken aus den äußeren Schalen entsteht dann die K_α, K_β usw. Strahlung.

Da die Energie der K_α-, K_β- Strahlung (etwa) mit dem Quadrat der Kernladungszahl des Anodenmaterials ansteigt (Rydberg bzw. Balmer-Formel), bestrahlt man unbekannte Materialien (mit Elektronen, Protonen ...), um aus dem emittierten Röntgenspektrum eine Analyse zu machen (Röntgenfluoreszenz-Analyse).

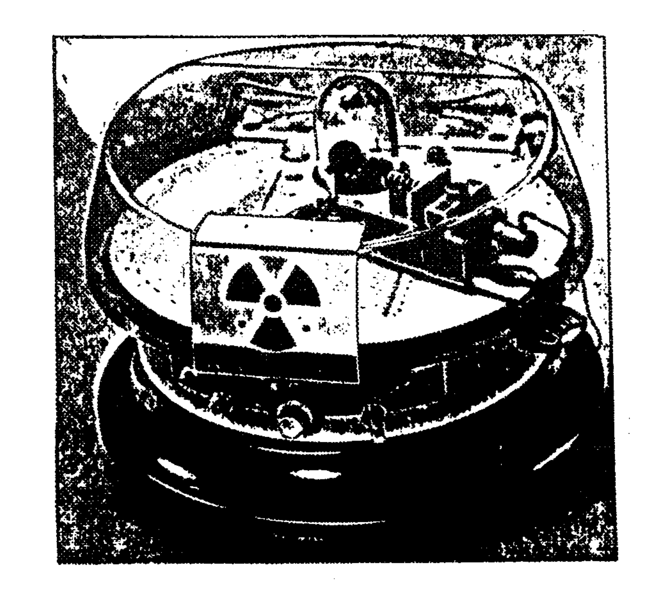
In Kristallen sind die Atome der Verbindungen regelmäßig angeordnet. Im Falle des LiF könnte man als kleinste Einheit den Würfel (Fig. 2) betrachten, an dessen Ecken entweder ein Li oder F Atom sitzt (die Atome gehören zu je 1/8 zu dem gezeichneten Würfel, zu 7/8 zu den jeweiligen Nachbarwürfeln). Tatsächlich lässt sich aus dieser Elementarzelle durch Aneinanderreihen kein Gitter aufbauen, da ja Fluor auf Lithium treffen würde, sondern erst ein Würfel der doppelten Kantenlänge (also aus 8 Würfeln der Art von Fig. 2) bildet die Elementarzelle (Fig. 3), die je 4 Atome von jeder Sorte enthält. Man sieht (Beispiel das F-Atom in der Mitte), dass jedes Atom 6 Atome der anderen Sorte als <u>nächste</u> Nachbarn hat. Man kann sich den Kristall aber auch dadurch aufgebaut denken, dass man Ebenen der Art von Fig. 4 im Abstand a/2 versetzt übereinander schichtet, dass (unser Fall) Li über Fluor kommt und umgekehrt. Man kann sich den Kristall auch aus anderen Netzebenen-Scharen aufgebaut denken, z.B. liegen senkrecht zur Raumdiagonalen Ebenen, die nur aus F (1,2,3) oder nur aus Li-Atomen bestehen. (Abstand zweier solcher Li-Ebenen $a/\sqrt{3} = 0{,}577\ a$). Eine der Ebenen parallel zur Ebene durch Atome 4, 5, 6 (oder 1, 7, 8) ist in Fig. 5 dargestellt. Der Abstand solcher Ebenen voneinander ist $a/\sqrt{8} = 0{,}3536\ a$. Bei der Bragg'schen Konstruktion der Röntgeninterferenz nimmt man an, dass die

Röntgenstrahlen, die von den einzelnen Ebenen reflektiert werden, miteinander interferieren. Dabei ist jedoch zu beachten, dass nur die Streuung von gleichartigen Ebenen miteinander interferieren kann. D.h. der Netzebenenabstand, der in die Braggformel eingeht, ist im Falle der Ebenen von Fig. 4 $d = a/2$ für die von Fig. 5 $d = 0{,}3536\ a$ und für die senkrecht zur Raumdiagonalen $d = 0{,}577\ a$.

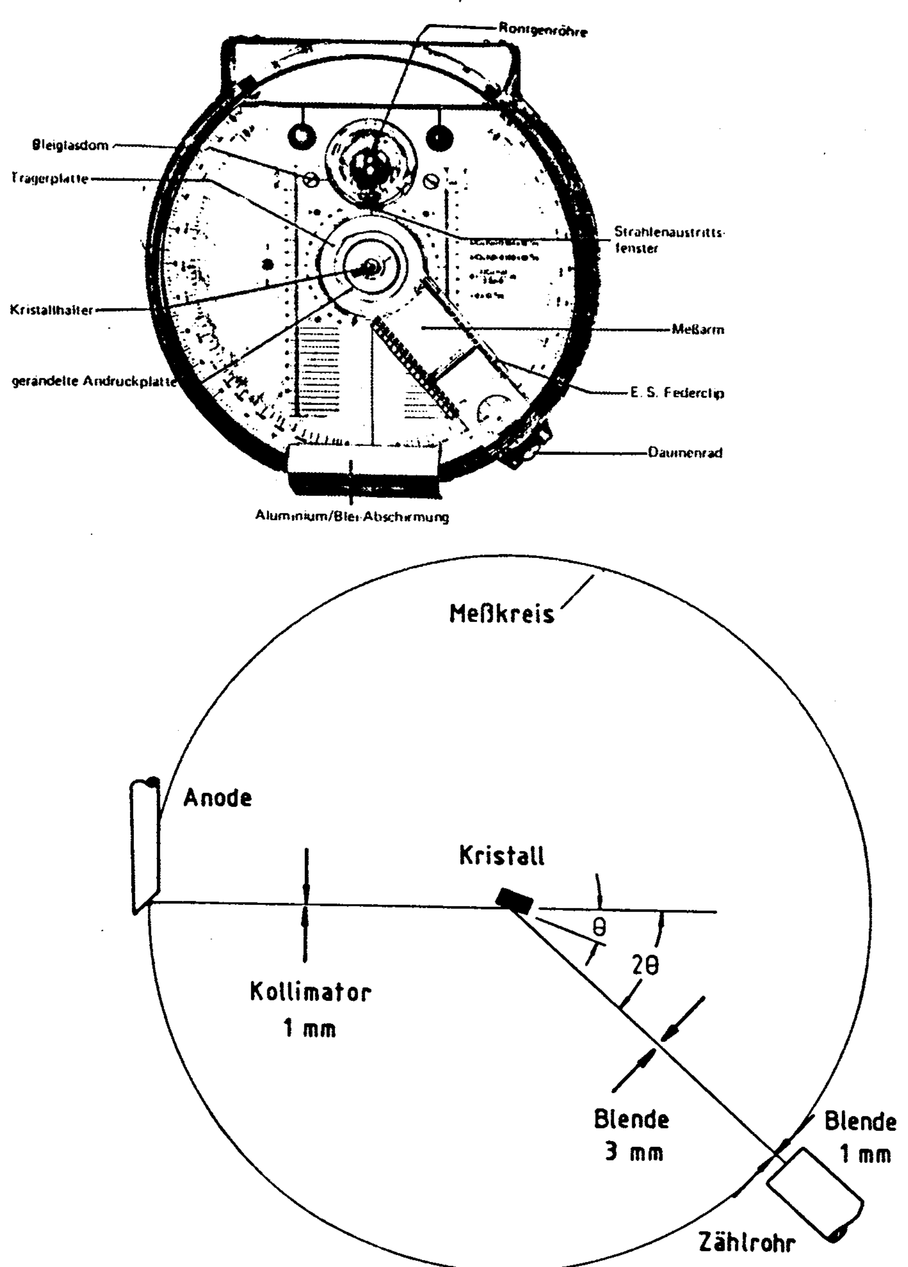
Ist θ der Winkel zwischen einfallender Strahlung und der Netzebene und *d* der Abstand der Netzebenen, dann gilt (Fig. 6) für konstruktive Interferenz

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin\theta .$$

Bei bekannter Wellenlänge (z.B. von einer charakteristischen Strahlung) kann man so Gitterkonstanten bestimmen.



Experimentierzone



Fachwörterbuch Deutsch-Englisch, Englisch-Deutsch

Deutsch	Englisch	Englisch	Deutsch
Abbildungsmaßstab	reproduction scale	aberration	Aberation
Aberation	aberration	absolute value	Absolutwert
Ablenkung	deflection	absorption	Absorption
Abschirmung	shielding, screening	absorption coefficient	Absorptionskoeffizient
Absolutwert	absolute value	acceleration	Beschleunigung
Absorption	absorption	acceleration of gravity	Erdbeschleunigung
Absorptionskoeffizient	absorption coefficient	accuracy	Genauigkeit
Abweichung	deviation	air pressure	Luftdruck
Achse	axle	alternating current, AC	Wechselstrom
Auflösung	resolution	amplification, gain	Verstärkung
Auflösungsvermögen	resolution	angle	Winkel
Auftrieb	ascending force	angular frequency	Kreisfrequenz
Ausgleichsgerade	best fit straight line, linear smoothing function	angular momentum	Drehimpuls
Austrittsarbeit	work function	aperture	Blende
Auswertung	evaluation	ascending force	Auftrieb
Beschleunigung	acceleration	atomic plane	Netzebene
Beugung	diffraction	attenuation coefficient	Schwächungskoeffizient
Beugung	diffraction	average value	Mittelwert
Beugungsbild	diffraction image, diffraction pattern	axis of rotation	Drehachse
Binomialverteilung	binomial distribution	axle	Achse
Blei	lead	background effect, natural background radiation, background	Nulleffekt, Nullrate
Blende	aperture	balance, equlibrium	Gleichgewicht
Brechung (opt.)	refraction	ball	Kugel
Brechungsindex	refraction index	best fit straight line, linear smoothing function	Ausgleichsgerade
Bremsstrahlung	slowing-down radiation	binomial distribution	Binomialverteilung
Brennpunkt	focal point, focus	birefringence	Doppelbrechung
Brennstoffzelle	fuel cell	blooming	Entspiegelung
Brennweite	focal length	bulb	Glühbirne
Comptoneffekt	compton effect	calibration	Eichung
Dampfdruck	vapour pressure	calibration curve	Eichkurve

Dämpfung	damping	calorimeter	Kalorimeter
Diagonale	diagonal	capacitor	Kondensator
Diagramm	diagram, chart	carbon dioxide	Kohlendioxid
Dichte	density	catalyst	Katalysator
Differentialgleichung	differential equation	center of gravity	Schwerpunkt
Diode	diode	characteristic curve	Kennlinie
Dispersion	dispersion	charge	Ladung
Dispersionskurve	dispersion curve	circular	zirkular
Doppelbrechung	birefringence	compton effect	Comptoneffekt
Draht	wire	concave lens, dispersing lens	Zerstreuungslinse
Drehachse	axis of rotation	conductivity	Elektrische Leitfähigkeit
Drehimpuls	angular momentum	conductor	Leiter
Drehmoment	torsional momentum, torque	convex lens	Sammellinse
Drehpendel	rotating pendulum	coordinate plane	Koordinatenkreuz
Drehzahl	revolutions / turns	copper sulphate	Kupfersulfat
Dreieck	triangle	correction factor	Korrekturfaktor
Druck	pressure	count rate	Zählrate
Durchlassrichtung (Diode)	forward biased (diode)	counter	Zähler
Effektivspannung	rms-voltage	coupling	Kopplung
Eichkurve	calibration curve	cross section	Querschnitt
Eichung	calibration	cube	Würfel
Einheit	unit	current	Strom
Elastizitätsmodul	elastic modulus, Young's modulus	cut-off frequency	Grenzfrequenz
Elektrische Leitfähigkeit	conductivity	damping	Dämpfung
Elektrolyse	electrolysis	dead time, down time	Totzeit
Elektrolyse von Wasser	water electrolysis	decay	Zerfall
Elektromotorische Kraft	electromotive force	decay constant	Zerfallskonstante
Elektronenstrahl	electron beam	decay time	Zerfallszeit
Elementarladung	elementary charge	deflection	Ablenkung
Empfindlichkeit	sensitivity	degree of freedom	Freiheitsgrad
Entspiegelung	blooming	density	Dichte
Erdbeschleunigung	acceleration of gravity	deviation	Abweichung
Erwartungswert	expectation, expectation value	diagonal	Diagonale
Federkonstante	spring constant	diagram, chart	Diagramm

Fehlerabschätzung	error estimation	differential equation	Differentialgleichung
Fehlerbalken	error bar	diffraction	Beugung
Fehlerfortpflanzung	error propagation	diffraction	Beugung
Festkörper	solid state	diffraction image, diffraction pattern	Beugungsbild
Flüssiger Stickstoff	liquid nitrogen	diode	Diode
Formel	formula	direct current	Gleichstrom
Fotoeffekt	photolectric effect	direct current, DC	Gleichspannung
Freiheitsgrad	degree of freedom	dispersion	Dispersion
Frequenz	frequency	dispersion curve	Dispersionskurve
Frequenzgang	frequency response	eddy current	Wirbelstrom
Frequenzgenerator	frequency synthesiser	elastic modulus, Young's modulus	Elastizitätsmodul
Gasförmiger Wasserstoff	gaseous hydrogen	electrolysis	Elektrolyse
Gauß-Verteilung	Gaussian distribution, normal distribution	electromotive force	Elektromotorische Kraft
Gegenkopplung	negative feedback	electron beam	Elektronenstrahl
Genauigkeit	accuracy	elementary charge	Elementarladung
Geschwindigkeit	velocity	error bar	Fehlerbalken
Gitter	lattice, grid, grate	error estimation	Fehlerabschätzung
Gitterkonstante	lattice constant, grating constant	error propagation	Fehlerfortpflanzung
Gleichgewicht	balance, equlibrium	error, measurement error	Messfehler
Gleichspannung	direct current, DC	evaluation	Auswertung
Gleichstrom	direct current	evaporation heat	Verdampfungswärme
Glühbirne	bulb	expectation, expectation value	Erwartungswert
Grenzfrequenz	cut-off frequency	focal length	Brennweite
Güte	Q-factor, quality	focal point, focus	Brennpunkt
Halbleiter	semiconductor	formula	Formel
Halbwertszeit	half-life	forward biased (diode)	Durchlassrichtung (Diode)
Hauptachse	principal axis	frequency	Frequenz
Hochspannung	high voltage	frequency response	Frequenzgang
Hysterese	hysteresis	frequency synthesiser	Frequenzgenerator
Impedanz	impedance	friction	Reibung
Impuls (el.)	pulse	fuel cell	Brennstoffzelle
Impuls (mech.)	momentum	G.M.-counter	Zählrohr
Innenwiderstand	internal resistance	gaseous hydrogen	Gasförmiger Wasserstoff
Interferenz	interference	Gaussian distribution, normal distribution	Gauß-Verteilung

Isolator	insulator	half-life	Halbwertszeit
Isotop	isotope	heat	Wärme
Kalorimeter	calorimeter	heat capacity	Wärmekapazität
Katalysator	catalyst	heat of fusion	Schmelzwärme
Kennlinie	characteristic curve	high voltage	Hochspannung
Knallgas	oxyhydrogen gas	hydrogen	Wasserstoff
Kohlendioxid	carbon dioxide	hysteresis	Hysterese
Kondensator	capacitor	immersion heater	Tauchsieder
Koordinatenkreuz	coordinate plane	impedance	Impedanz
Kopplung	coupling	inertia	Trägheit
Korrekturfaktor	correction factor	inertia ellipsoid	Trägheitsellipsoid
Kreisfrequenz	angular frequency	insulator	Isolator
Kugel	ball	interference	Interferenz
Kupfersulfat	copper sulphate	internal resistance	Innenwiderstand
Kurzschluss	short circuit	isotope	Isotop
Ladung	charge	lattice constant, grating constant	Gitterkonstante
Lastwiderstand	load resistance	lattice, grid, grate	Gitter
Lautsprecher	speaker	lead	Blei
Lautstärke	volume	lens	Linse
Leistung	power	lens	Objektiv
Leiter	conductor	lens aberration	Linsenfehler
Leuchtschirm	luminescent screen	liquid nitrogen	Flüssiger Stickstoff
Linse	lens	load resistance	Lastwiderstand
Linsenfehler	lens aberration	luminescent screen	Leuchtschirm
Luftdruck	air pressure	magnification	Vergrößerung
Lupe	magnifying glass	magnifying glass	Lupe
Maß	measure	mass	Masse
Maßband	tape measure	measure	Maß
Masse	mass	measurement device	Messgerät
Maßstab	scale	measurement result	Messergebnis
Messapparatur	measuring apparatus	measuring apparatus	Messapparatur
Messergebnis	measurement result	measuring slide	Messschieber
Messfehler	error, measurement error	micrometer screw	Mikrometerschraube
Messgenauigkeit	precision of measurements	microphone	Mikophon

Messgerät	measurement device	moment of inertia	Trägheitsmoment
Messschieber	measuring slide	momentum	Impuls (mech.)
Mikophon	microphone	negative feedback	Gegenkopplung
Mikrometerschraube	micrometer screw	neutron	Neutron
Millimeterpapier	scale paper	neutron source	Neutronenquelle
Mittelwert	average value	nitrogen	Stickstoff
Netzebene	atomic plane	ocular, eyepiece	Okular
Netzgerät	power supply	oil drop	Öltropfen
Neutron	neutron	operational amplifier	Operationsverstärker
Neutronenquelle	neutron source	optical path	Strahlengang
Nulldurchgang	zero-crossing	oscillation period	Schwingungsdauer
Nulleffekt, Nullrate	background effect, natural background radiation, background	oscillation, vibration	Schwingung
Objektiv	lens	oscilloscope, scope	Oszilloskop
Okular	ocular, eyepiece	oxidation	Oxidation
Öltropfen	oil drop	oxygen	Sauerstoff
Operationsverstärker	operational amplifier	oxyhydrogen gas	Knallgas
Oszilloskop	oscilloscope, scope	pair production	Paarbildung
Oxidation	oxidation	particle	Teilchen
Paarbildung	pair production	pendulum	Pendel
Pendel	pendulum	phase delay	Phasenverschiebung
Phasenverschiebung	phase delay	photolectric effect	Fotoeffekt
Platin	platinum	plane of the first real image	Zwischenbild (Mikroskop)
Poisson-Koeffizient	Poisson's ratio	platinum	Platin
Poissonverteilung	Poisson distribution	Poisson distribution	Poissonverteilung
Polarisation	polarisation	Poisson's ratio	Poisson-Koeffizient
Prisma	prism	polarisation	Polarisation
Prismenspektrometer	prism spectrometer	power	Leistung
Quant	quantum	power supply	Netzgerät
Quelle	source	precision of measurements	Messgenauigkeit
Querschnitt	cross section	pressure	Druck
Radioaktive Strahlung	radioactive radiation	principal axis	Hauptachse
Raumwinkel	solid angle, steradian	prism	Prisma
RC-Glied	RC-element	prism spectrometer	Prismenspektrometer
Rechteck	rectangle	probability, likelihood	Wahrscheinlichkeit

Reibung	friction	pulse	Impuls (el.)
Relativwert	relative value	Q-factor, quality	Güte
Resonanz	resonance	quantum	Quant
Resonanzfrequenz	resonant frequency	radiation	Strahlung
Röntgenstrahlung	x-radiation, x-ray	radioactive radiation	Radioaktive Strahlung
Sägezahn	sawtooth	RC-element	RC-Glied
Sammellinse	convex lens	rectangle	Rechteck
Sauerstoff	oxygen	refraction	Brechung (opt.)
Schallgeschwindigkeit	sound velocity	refraction index	Brechungsindex
Schmelzwärme	heat of fusion	relative value	Relativwert
Schubmodul	shear modulus	reproduction scale	Abbildungsmaßstab
Schwächungskoeffizient	attenuation coefficient	resistance, resistor	Widerstand
Schwefelsäure	sulfuric acid	resolution	Auflösungsvermögen
Schwerpunkt	center of gravity	resolution	Auflösung
Schwingkreis	resonant circuit	resonance	Resonanz
Schwingung	oscillation, vibration	resonant circuit	Schwingkreis
Schwingungsdämpfung	vibration damping	resonant frequency	Resonanzfrequenz
Schwingungsdauer	oscillation period	reverse biased (diode)	Sperrrichtung (Diode)
Signalgenerator	signal generator	revolutions / turns	Drehzahl
Spalt	slit	rms-voltage	Effektivspannung
Spannung	voltage	rotating pendulum	Drehpendel
Spektrallinie	spectral line	sawtooth	Sägezahn
Spektrometer	spectrometer	scale	Maßstab
Spektrometer	spectrometer	scale paper	Millimeterpapier
Spektrum	spectra	scattering	Streuung
Sperrrichtung (Diode)	reverse biased (diode)	semiconductor	Halbleiter
Spezifische Wärme	specific heat	sensitivity	Empfindlichkeit
Standardabweichung	standard deviation	series resistance	Vorwiderstand
Statistische Verteilung	statistical distribution	shear modulus	Schubmodul
Steigung	slope	shielding, screening	Abschirmung
Stickstoff	nitrogen	short circuit	Kurzschluss
Stimmgabel	tuning fork	signal generator	Signalgenerator
Strahlengang	optical path	slit	Spalt
Strahlung	radiation	slope	Steigung

Streuung	scattering	slowing-down radiation	Bremsstrahlung
Strom	current	solid angle, steradian	Raumwinkel
Tauchsieder	immersion heater	solid state	Festkörper
Teilchen	particle	sound velocity	Schallgeschwindigkeit
Temperatur	temperature	source	Quelle
Thermoelement	thermocouple	speaker	Lautsprecher
Torsion	torsion	specific heat	Spezifische Wärme
Totzeit	dead time, down time	spectra	Spektrum
Trägheit	inertia	spectral line	Spektrallinie
Trägheitsellipsoid	inertia ellipsoid	spectrometer	Spektrometer
Trägheitsmoment	moment of inertia	spectrometer	Spektrometer
Triggerung	triggering	spring constant	Federkonstante
Tripelpunkt	triple point	standard deviation	Standardabweichung
Varianz	variance	statistical distribution	Statistische Verteilung
Verdampfungswärme	evaporation heat	sulfuric acid	Schwefelsäure
Vergrößerung	magnification	tape measure	Maßband
Verstärkung	amplification, gain	temperature	Temperatur
Viskosität	viscosity	thermocouple	Thermoelement
Vorwiderstand	series resistance	time constant	Zeitkonstante
Wahrscheinlichkeit	probability, likelihood	torsion	Torsion
Wärme	heat	torsional momentum, torque	Drehmoment
Wärmekapazität	heat capacity	triangle	Dreieck
Wasserstoff	hydrogen	triggering	Triggerung
Wechselstrom	alternating current, AC	triple point	Tripelpunkt
Wellenlänge	wavelength	tuning fork	Stimmgabel
Widerstand	resistance, resistor	unit	Einheit
Winkel	angle	vapour pressure	Dampfdruck
Wirbelstrom	eddy current	variance	Varianz
Würfel	cube	velocity	Geschwindigkeit
Zähler	counter	vibration damping	Schwingungsdämpfung
Zählrate	count rate	viscosity	Viskosität
Zählrohr	G.M.-counter	voltage	Spannung
Zeitkonstante	time constant	volume	Lautstärke
Zerfall	decay	water electrolysis	Elektrolyse von Wasser

Zerfallskonstante	decay constant	wavelength	Wellenlänge
Zerfallszeit	decay time	wire	Draht
Zerstreuungslinse	concave lens, dispersing lens	work function	Austrittsarbeit
zirkular	circular	x-radiation, x-ray	Röntgenstrahlung
Zwischenbild (Mikroskop)	plane of the first real image	zero-crossing	Nulldurchgang